Динамометр смешариков

Задача 4. [МОШ 2012/13, 7 класс, задача 4] Пин смастерил для смешариков ракету, и им стали доступны космические просторы. Первыми космонавтами стали Крош, Бараш, Ежик, Лосяш и Нюша. Все они были одинаковой массы.

Пин строго наказал Нюше следить за весом космонавтов с помощью сложнейшего прибора под названием «ДИНАМОМЕТР».

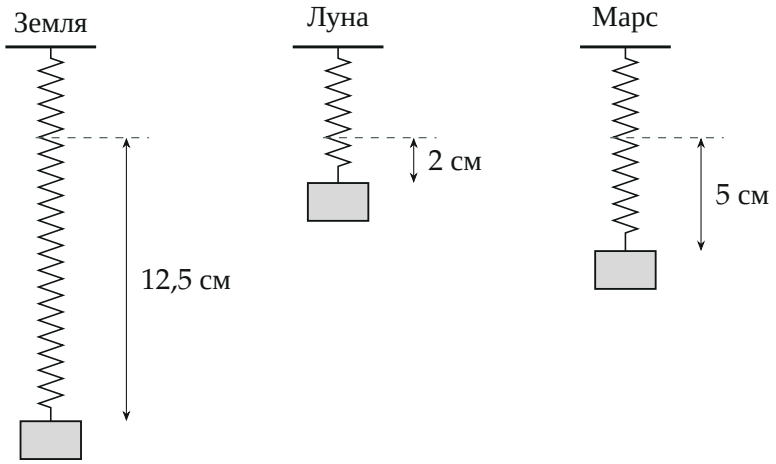
«Запомни, Нюша! — сказал Пин. — Вес тела массой 1 кг на Земле равен 10 Н, на Луне 1,6 Н, а на Марсе 4 Н.»

Нюша ничего не понимала в динамометрах, но старалась быть ответственной. На Земле она взвесила сразу всех вместе, включая себя, и обнаружила, что пружина динамометра удлинилась на 12,5 сантиметров. Так она и записала в бортовой журнал: «Наш вес на Земле 12,5 сантиметров динамометра». На Луне Нюша сделала следующую запись: «Наш вес уменьшился на 10,5 сантиметров.» На Марсе в бортовом журнале Нюша сделала заготовку «Наш общий вес по сравнению с Луной …ился на … см.». Однако, взвесив всех, она отвлеклась на марсианский пейзаж и не закончила фразу.

Вернувшись на Землю, Нюша получила нагоняй от Пина с угрозой, что больше она никуда не полетит. Пин также отметил: «Хе-хе! Масса-то наших космонавтов не менялась во время полетов!»

Запишите полную фразу Нюши, чтобы она смогла продолжить свои космические путешествия.

▲ **Решение. Что происходит.** Динамометр — это пружина: чем больше вес груза, тем сильнее она растянута, причём растяжение пропорционально весу (закон Гука). Масса космонавтов везде одна, а вес на разных планетах разный, потому что разный коэффициент g: вес тела массой 1 кг на Земле 10 Н, на Луне 1,6 Н, на Марсе 4 Н. Значит, во сколько раз вес на планете отличается от земного, во столько же раз отличается удлинение пружины.



Один и тот же груз (все космонавты) на пружине: удлинение пропорционально весу. Штриховая линия — нерастянутая пружина; длины удлинений в масштабе

Обозначения. M — общая масса космонавтов, $x_З$, $x_Л$, $x_М$ — удлинение пружины на Земле, на Луне и на Марсе, P — вес, k — жёсткость пружины, $g_З = 10$, $g_Л = 1{,}6$, $g_М = 4$ Н/кг.

1. Закон, связывающий удлинение и вес. Груз покоится на пружине, поэтому сила упругости уравновешивает вес, а она по закону Гука пропорциональна удлинению ($P = kx$, жёсткость k одна и та же, пружина не менялась). Вес — это $P = Mg$. Отсюда

$$x = \frac{Mg}{k}, \qquad \text{то есть} \qquad x \sim g.$$

2. Проверка записи про Луну. Земля: $x_З = 12{,}5$ см. Луна: $g_Л/g_З = 1{,}6/10 = 0{,}16$, поэтому

$$x_Л = 0{,}16 \cdot 12{,}5 \text{ см} = 2 \text{ см},$$

то есть удлинение уменьшилось на $12{,}5 - 2 = 10{,}5$ см, как записала Нюша: данные согласованы.

3. Марс. На Марсе $g_М = 4$ Н/кг:

$$x_М = \frac{g_М}{g_З} x_З = 0{,}4 \cdot 12{,}5 \text{ см} = 5 \text{ см}.$$

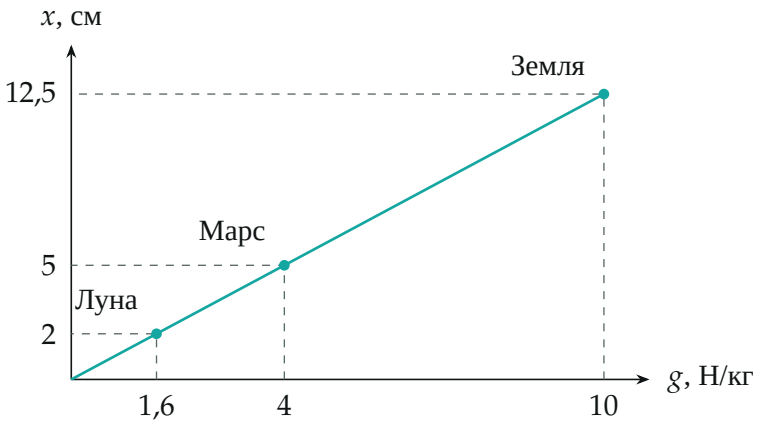


График удлинения пружины от g: прямая, проходящая через начало координат; точки — Луна, Марс, Земля

Нюша должна записать: на Марсе удлинение 5 см, на Луне 2 см. Вес по сравнению с Луной изменился на $5 - 2 = 3$ см, и это увеличение, потому что $5 > 2$.

Обратите внимание. Сантиметры динамометра — лишь шкала, а не единица веса; но пока пружина одна и та же, сравнивать веса можно и в сантиметрах. Масса космонавтов не меняется, меняется вес.

Проверка. Второй способ, без Земли: Марс против Луны — $g_М/g_Л = 4/1{,}6 = 2{,}5$, значит $x_М = 2{,}5 \cdot 2$ см $= 5$ см. Оба пути дают 5 см, разность с лунным 3 см. Знак: на Марсе g больше, чем на Луне, поэтому вес растёт.

Смысл: вес — сила, зависящая от планеты, а динамометр сравнивает веса через растяжение пружины.

Ответ. «Наш общий вес по сравнению с Луной увеличился на 3 см.»