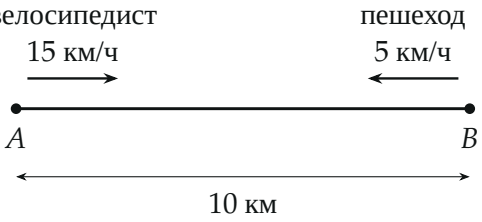
Встречи пешехода и велосипедиста

Задача 1. [МОШ 2012/13, 8 класс, задача 1] Велосипедист с постоянной скоростью 15 км/ч курсирует между пунктами A и B, начиная из пункта A. Пешеход курсирует по той же дороге между пунктами A и B, начиная из пункта B, со скоростью 5 км/ч. Расстояние между пунктами A и B — 10 км. Через какое время у них произойдет третья встреча на дороге и где, если они начали движение одновременно?



Поясняющий рисунок: дорога между пунктами, оба участника стартуют одновременно.

▲ **Решение. Что происходит.** Оба движутся равномерно, но в пунктах A и B разворачиваются, поэтому движение каждого описывается ломаной в координатах «положение — время». Встреча — любой момент, когда они находятся в одной точке дороги; сюда входит и случай, когда быстрый велосипедист после разворота догоняет пешехода. Три встречи надо найти по порядку, потому что положение пешехода в момент второго разворота зависит от предыдущих событий.

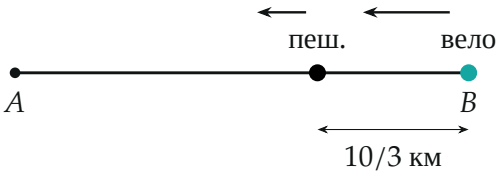
Обозначения. Ось x направим вдоль дороги от A к B, начало — в A; t — время от старта в часах, x — в километрах. Скорости: $v_в = 15$ км/ч, $v_п = 5$ км/ч, $L = 10$ км.

1. Первая встреча. Пока никто не развернулся, закон равномерного движения даёт $x_в = v_в t$, $x_п = L - v_п t$. Они движутся навстречу, встреча при $x_в = x_п$:

$$15t_1 = 10 - 5t_1 \;\Rightarrow\; t_1 = 0{,}5 \text{ ч}, \qquad x_1 = 15 \cdot 0{,}5 = 7{,}5 \text{ км}.$$

2. Разворот велосипедиста в B. Велосипедист доезжает до B за $t_B = L/v_в = 10/15 = 2/3$ ч. За это время пешеход прошёл $5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$ км от B,

то есть находится в точке $x = 10 - \frac{10}{3} = \frac{20}{3} \approx 6{,}7$ км. После разворота $x_в = 10 - 15\left(t - \frac{2}{3}\right) = 20 - 15t$.



Момент $t = 2/3$ ч: велосипедист у B и разворачивается, пешеход в $10/3$ км от B.

3. Вторая встреча (велосипедист догоняет). После разворота оба движутся к A, велосипедист быстрее, и $x_в = x_п$:

$$20 - 15t = 10 - 5t \;\Rightarrow\; t_2 = 1 \text{ ч}, \qquad x_2 = 10 - 5 = 5 \text{ км}.$$

Знак расстояния подтверждает, что это именно догон: в момент разворота велосипедист был дальше от A (10 км), чем пешеход (6,7 км), а скорость сближения равна $15 - 5 = 10$ км/ч, значит, $t - \frac{2}{3} = \frac{10 - 20/3}{10} = \frac{1}{3}$ ч.

4. Разворот велосипедиста в A. От точки $x_2 = 5$ км до A велосипедист едет $5/15 = \frac{1}{3}$ ч, то есть до момента $t_A = \frac{4}{3}$ ч. Пешеход в этот момент находится в точке $x = 10 - 5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{10}{3} \approx 3{,}3$ км. Дальше $x_в = 15\left(t - \frac{4}{3}\right) = 15t - 20$.

5. Третья встреча. Теперь они снова идут навстречу: велосипедист от A, пешеход к A. Из $x_в = x_п$:

$$15t - 20 = 10 - 5t \;\Rightarrow\; t_3 = 1{,}5 \text{ ч}, \qquad x_3 = 10 - 5 \cdot 1{,}5 = 2{,}5 \text{ км}.$$

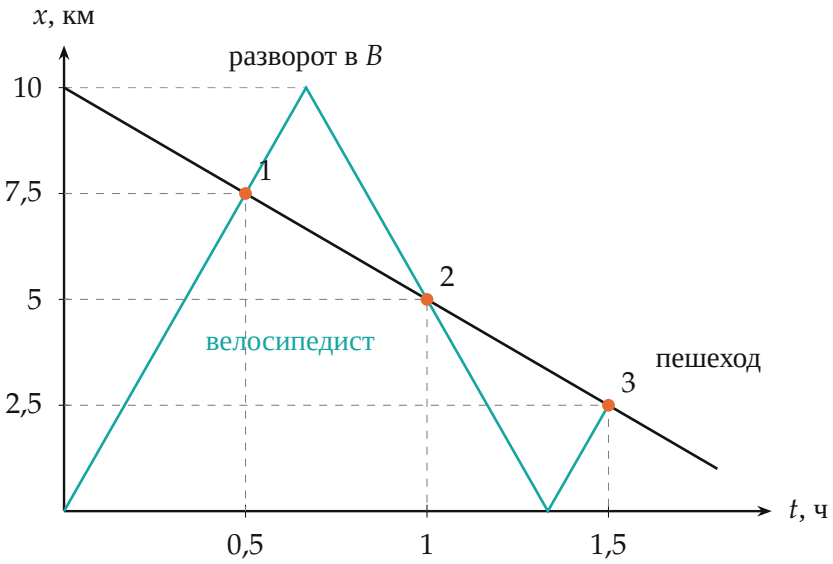


График $x(t)$: велосипедист (бирюзовая ломаная) и пешеход (чёрная прямая); точки пересечения — встречи 1, 2, 3.

Проверка. К моменту $t_3 = 1{,}5$ ч велосипедист проехал $15 \cdot 1{,}5 = 22{,}5$ км: путь $A \to B \to A$ (20 км) и ещё 2,5 км от А, то есть он действительно в точке $x_3 = 2{,}5$ км. Пешеход прошёл $5 \cdot 1{,}5 = 7{,}5$ км от В, то есть тоже в $10 - 7{,}5 = 2{,}5$ км от А, и до А ему ещё идти. Это второй способ: оба положения совпали на графике и в счёте. Размерность: [км/ч · ч] = км.

Ответ. Третья встреча произойдёт через 1,5 ч после начала движения на расстоянии 2,5 км от пункта А.