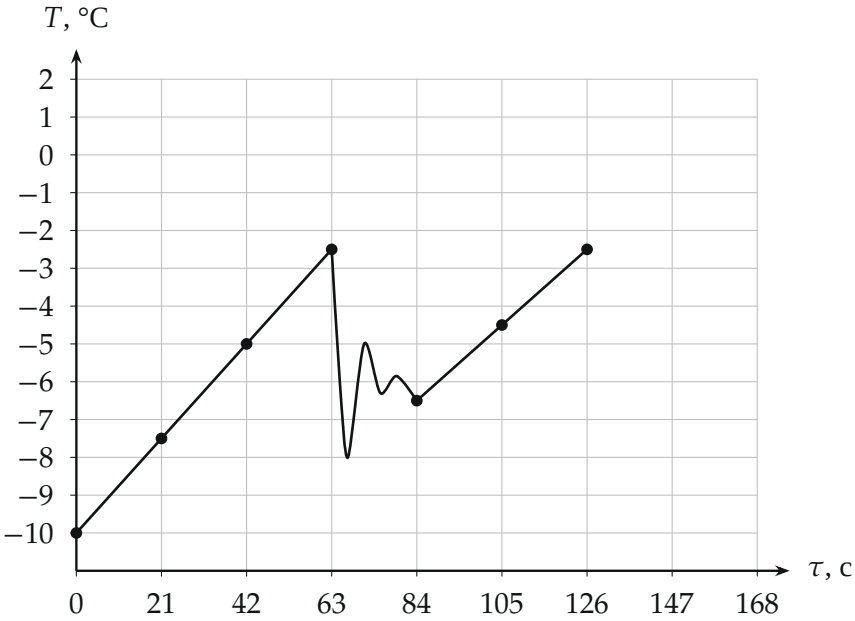
График нагрева снега в калориметре

Задача 8. [МОШ 2012/13, 8 класс, задача 8] По счастливой случайности отличнику Грише и первой красавице Арише выпало вместе делать лабораторную работу по физике. В работе требовалось поместить капсулу со снегом в нагреваемый калориметр и построить график зависимости температуры капсулы от времени.

Гриша аккуратно включил печь, поместил 0,5 кг снега в калориметр и ровно в 9^{00} по московскому времени начал измерения. «Скучно», – примерно через минуту подумала Ариша, и подсыпала немного снега в калориметр. Гриша в ужасе смотрел на график и печально думал: «Красота требует жертв…»



Используя график, определите мощность печи и массу добавленного Аришей снега. Удельная теплоемкость снега $c = 2{,}1$ кДж/(кг·°C).

▲ **Решение. Что происходит.** Печь отдаёт снегу теплоту с постоянной мощностью, и пока снег не тает (температура ниже 0 °C), вся она идёт

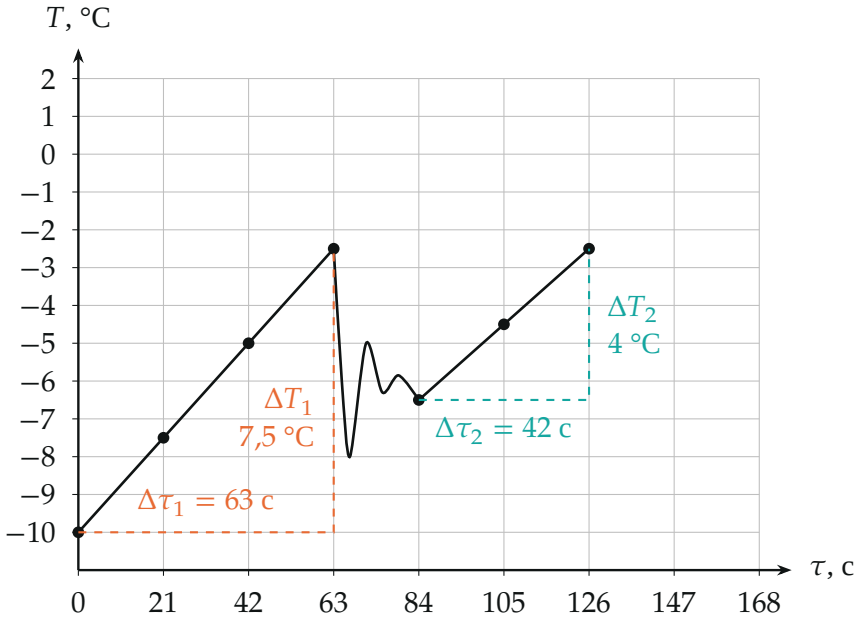
на нагрев: температура растёт по прямой, а наклон прямой тем меньше, чем больше масса снега. Первый участок графика — нагрев исходных 0,5 кг, по нему находим мощность. На втором участке (после добавки) масса больше, поэтому наклон меньше; сравнив наклоны, найдём добавленную массу. Волнистая часть графика (около 63–84 с) отвечает смешиванию свежего снега с прогретым, она нам не нужна.

Обозначения. P — мощность печи; $m = 0{,}5$ кг — исходная масса снега; Δm — добавленная масса; $c = 2100$ Дж/(кг·°C) — удельная теплоёмкость снега; τ — время, T — температура. Время на графике — в секундах: «примерно через минуту» из условия совпадает с 63 с. Потерями теплоты в окружающую среду пренебрегаем.

1. Закон сохранения энергии для нагрева. За время $\Delta\tau$ печь отдаёт теплоту $P\Delta\tau$, снег массой M нагревается на ΔT и получает $cM\Delta T$:

$$P\,\Delta\tau = cM\,\Delta T \;\Rightarrow\; \frac{\Delta T}{\Delta\tau} = \frac{P}{cM}.$$

Отношение $\Delta T/\Delta\tau$ — наклон прямой на графике. Оно постоянно, пока P и M неизменны: прямая линия.



Наклоны двух прямых: красный треугольник — до добавки снега, бирюзовый — после.

2. Мощность печи (первый участок). Выбираем две точки на прямой, далеко друг от друга: $(0\text{ с};\ -10\,^\circ\text{C})$ и $(63\text{ с};\ -2{,}5\,^\circ\text{C})$. Наклон

$$k_1 = \frac{\Delta T_1}{\Delta \tau_1} = \frac{-2{,}5 - (-10)\ ^\circ\text{C}}{63\ \text{с}} = \frac{7{,}5}{63}\,\frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} \approx 0{,}119\,\frac{^\circ\text{C}}{\text{с}}.$$

Масса здесь $M = m = 0{,}5$ кг, значит,

$$P = c\,m\,k_1 = 2100 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{7{,}5}{63}\ \text{Вт} = 125\ \text{Вт}.$$

Промежуточная точка $(21\text{ с};\ -7{,}5\,^\circ\text{C})$ ложится на ту же прямую: за каждые 21 с температура растёт на $2{,}5\,^\circ\text{C}$.

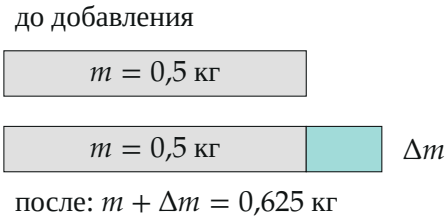
3. Масса после добавки (второй участок). После выравнивания температур (с момента 84 с) снег одной температуры, масса $M = m + \Delta m$, мощность печи та же. Две точки: $(84\text{ с};\ -6{,}5\,^\circ\text{C})$ и $(126\text{ с};\ -2{,}5\,^\circ\text{C})$:

$$k_2 = \frac{-2{,}5 - (-6{,}5)\ ^\circ\text{C}}{126 - 84\ \text{с}} = \frac{4}{42}\,\frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} \approx 0{,}095\,\frac{^\circ\text{C}}{\text{с}}.$$

Подставляем в $P = c\,(m + \Delta m)\,k_2$ и находим массу:

$$m + \Delta m = \frac{P}{c\,k_2} = \frac{125}{2100 \cdot \frac{4}{42}}\ \text{кг} = 0{,}625\ \text{кг},$$

$$\Delta m = 0{,}625 - 0{,}5 = 0{,}125\ \text{кг} = 125\ \text{г}.$$



Масса снега до и после добавки: прибавка $\Delta m = 0{,}125$ кг составляет четверть исходной.

Обратите внимание. На втором участке в нагреве участвует вся масса снега, исходная и добавленная вместе. Если принять за массу только Δm или только m, мощность и масса получатся неверными. Брать для расчёта точки из волнистого куска графика нельзя: на нём температура не растёт по закону одного нагрева.

Проверка. Второй способ — через отношение наклонов, не зная мощности: $\dfrac{k_1}{k_2} = \dfrac{P/(cm)}{P/(c(m+\Delta m))} = \dfrac{m+\Delta m}{m}$. Подставляем: $\dfrac{7{,}5/63}{4/42} = \dfrac{7{,}5 \cdot 42}{63 \cdot 4} = 1{,}25$, значит, $m + \Delta m = 1{,}25 \cdot 0{,}5 = 0{,}625$ кг, как и выше; $\Delta m = 125$ г. Размерность: $[\text{Дж}/(\text{кг} \cdot °\text{C})] \cdot [\text{кг}] \cdot [°\text{C}/\text{с}] = \text{Дж}/\text{с} = \text{Вт}$. Смысл: мощность печи 125 Вт — разумная для лабораторной печки, добавка снега в четверть от исходной массы замедляет нагрев в 1,25 раза.

Ответ. Мощность печи $P = 125$ Вт; масса добавленного снега $\Delta m = 125$ г.