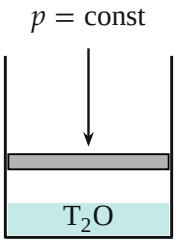
Сверхтяжёлая вода с тритием

Задача 4. [МОШ 2013/14, 10 класс, задача 4] В сосуде с не проводящими теплоту стенками под лёгким поршнем при атмосферном давлении $p = 10^5$ Па находится $m = 1{,}1$ г жидкой сверхтяжёлой воды T_2O (молярная масса $\mu = 22$ г/моль) при температуре $T_1 = 0$ °C. Ядра трития (обозначаются T, имеют атомную массу 3), входящие в состав сверхтяжёлой воды, радиоактивны. При распаде одного моля ядер трития выделяется энергия $E = 1{,}79$ ГДж, при этом каждую секунду в каждом моле трития распадается $N = 1{,}07 \cdot 10^{15}$ его ядер. Молярная изобарная теплоёмкость сверхтяжёлой воды и её пара почти такие же, как и у обычной воды ($C_в = 75{,}6$ Дж/(моль·К) и $C_п = 33{,}2$ Дж/(моль·К), соответственно). Температура кипения при нормальном давлении и молярная теплота испарения тоже близки к соответствующим значениям для обычной воды ($T_2 = 100$ °C и $L = 40$ кДж/моль). Сколько времени τ_1 потребуется, чтобы довести воду до кипения? В течение какого времени τ_2 вода будет кипеть? До какой температуры T_3 нагреется содержимое сосуда через время $\tau_3 = 2{,}5$ часа после начала эксперимента? Каким будет объём V сосуда к данному моменту времени? Считайте, что вся энергия, выделяющаяся при распаде трития, сообщается воде. Постоянная Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

Рисунка в условии нет; поясняющий рисунок — сосуд с поршнем.



Сосуд с лёгким поршнем, давление над поршнем постоянно: $p = 10^5$ Па

▲ **Решение. Что происходит.** Распад трития непрерывно выделяет энергию, которая целиком уходит в воду: стенки не пропускают тепло, а убегать ему некуда. Мощность тепловыделения почти постоянна, и вода

проходит три этапа: нагревается до кипения, кипит при постоянной температуре (пока вся не превратится в пар), потом нагревается уже пар при постоянном давлении. На каждом этапе нужное количество теплоты находим из уравнения теплового баланса, а время — делим на мощность. Класс задачи — тепловой баланс с фазовым переходом и газовым законом.

Обозначения. $n = m/\mu$ — количество вещества воды; n_T — количество вещества ядер трития; P — мощность выделения энергии; $T_2 = 373$ К — температура кипения; $T_1 = 273$ К.

1. Количество вещества.

$$n = \frac{m}{\mu} = \frac{1{,}1\text{ г}}{22\text{ г/моль}} = 0{,}05\text{ моль}.$$

В молекуле T_2O два ядра трития, поэтому ядер трития $n_T = 2n = 0{,}1$ моль.

2. Мощность выделения энергии. В каждом моле ядер трития за секунду распадается N ядер; в n_T молях — $n_T N$ ядер, то есть $n_T N/N_A$ молей. Каждый моль даёт энергию E:

$$P = \frac{n_T N}{N_A} E = \frac{0{,}1 \cdot 1{,}07 \cdot 10^{15}}{6 \cdot 10^{23}} \cdot 1{,}79 \cdot 10^9\text{ Вт} = 0{,}319\text{ Вт}.$$

3. Мощность почти постоянна. За всё время $\tau_3 = 9000$ с распадается доля ядер $N\tau_3/N_A = 1{,}07 \cdot 10^{15} \cdot 9000/(6 \cdot 10^{23}) \approx 1{,}6 \cdot 10^{-5}$, то есть ничтожно малая часть; ядер трития практически столько же, сколько в начале, и P можно считать постоянной.

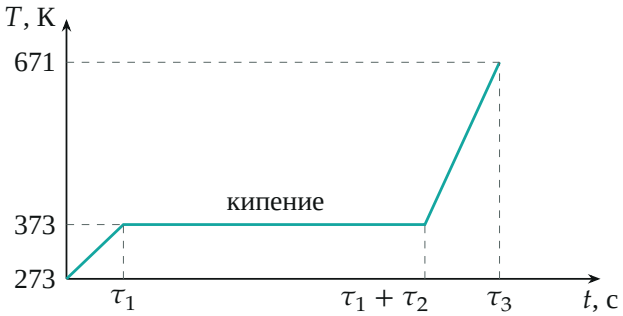
4. Нагрев воды до кипения (время τ_1). Теплота, нужная для нагрева n молей воды при $p = \text{const}$ от T_1 до T_2 (по определению молярной теплоёмкости), $Q_1 = nC_в(T_2 - T_1) = 0{,}05 \cdot 75{,}6 \cdot 100 = 378$ Дж. Закон сохранения энергии для воды: $Q_1 = P\tau_1$:

$$\tau_1 = \frac{nC_в(T_2 - T_1)}{P} = \frac{378}{0{,}319} \approx 1184\text{ с}.$$

5. Кипение (время τ_2). При кипении температура не меняется, вся

энергия идёт на испарение: $Q_2 = nL = 0{,}05 \cdot 4 \cdot 10^4 = 2000$ Дж, и $Q_2 = P\tau_2$:

$$\tau_2 = \frac{nL}{P} = \frac{2000}{0{,}319} \approx 6265 \text{ с}.$$



Температура содержимого сосуда: нагрев воды, кипение при 373 K, нагрев пара

6. Нагрев пара (оставшееся время). Вся вода стала паром к моменту $\tau_1 + \tau_2 = 7449$ с, оставшееся время $\tau_3 - \tau_1 - \tau_2 = 9000 - 7449 \approx 1551$ с идёт на нагрев пара при $p = \text{const}$. Энергия за это время $Q_3 = P(\tau_3 - \tau_1 - \tau_2) \approx 495$ Дж и по определению молярной теплоёмкости

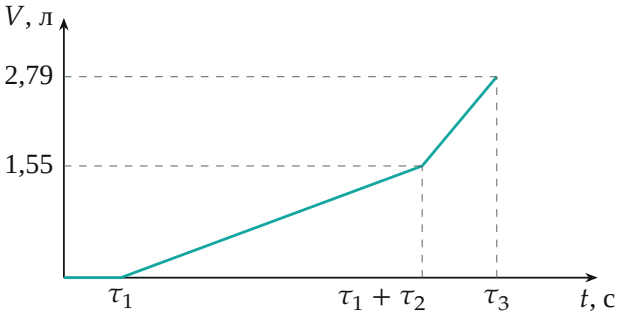
$$Q_3 = nC_\text{п}(T_3 - T_2) \;\Rightarrow\; T_3 = T_2 + \frac{Q_3}{nC_\text{п}},$$

$$T_3 = 373 + \frac{495}{0{,}05 \cdot 33{,}2} \approx 373 + 298 \approx 671 \text{ K}.$$

7. Объём сосуда. Поршень лёгкий, давление в сосуде равно внешнему p. Уравнение Менделеева — Клапейрона для пара (идеальный газ, $n = 0{,}05$ моль):

$$V = \frac{nRT_3}{p} = \frac{0{,}05 \cdot 8{,}3 \cdot 671}{10^5} \approx 2{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Для сравнения: в момент окончания кипения объём пара $nRT_2/p = 1{,}55 \cdot 10^{-3}$ м^3, а жидкая вода занимала около 1,1 см^3 — ничтожно мало.



Объём под поршнем: растёт при кипении линейно (пар накапливается), затем — по закону Гей-Люссака

Обратите внимание. Нагрев пара идёт при постоянном давлении, поэтому применена молярная изобарная теплоёмкость $C_п$ (а не изохорная). Другое: температуры в формулу газового закона — только в кельвинах.

Проверка. Размерность: моль·Дж/(моль·К)·К — Дж; деление на Вт даёт секунды. Баланс энергии за всё время: $P\tau_3 = 0{,}3192 \cdot 9000 \approx 2873$ Дж; сумма этапов: $378+2000+495 = 2873$ Дж — сходится. Температура пара 671 К заметно выше T_2, но объём растёт ровно по закону $V \propto T$ от 1,55 до 2,79 л, как и должно быть при $p = \text{const}$.

Ответ. $\tau_1 \approx 1184$ с; $\tau_2 \approx 6265$ с; $T_3 \approx 671$ К; $V \approx 2{,}8 \cdot 10^{-3}$ м^3.