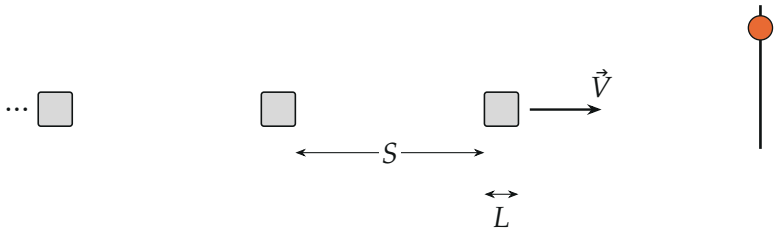
Колонна автомобилей перед красным сигналом

Задача 1. [МОШ 2013/14, 7 класс, задача 1] По дороге едет колонна из $n = 10$ одинаковых автомобилей, расположенных друг за другом, со скоростью $V = 54$ км/ч. Длина каждого автомобиля равна $L = 4{,}5$ м, а расстояние между соседними автомобилями (дистанция) равно $S = 25$ м. Перед красным сигналом светофора первый автомобиль плавно останавливается. Водитель второго автомобиля начинает повторять действия водителя первого спустя время $t = 1{,}6$ с после того, как первый водитель начал торможение. Водитель каждого следующего автомобиля повторяет действие водителя предыдущего спустя такой же интервал времени. Какой станет длина l колонны, когда все автомобили остановятся?



Поясняющий рисунок к условию: колонна подъезжает к светофору; S — просвет между автомобилями, L — длина автомобиля (рисунок не в масштабе)

▲ **Решение.** **Что происходит.** Каждый следующий водитель делает то же, что предыдущий, только на t позже. Если за эти t секунд второй автомобиль ещё едет с прежней скоростью, а первый уже тормозит, то второй успевает подъехать ближе. Значит, после остановки просвет между соседними автомобилями станет меньше начального S — на одну и ту же величину для каждой пары. Главная идея: тормозной путь у всех одинаков, а различие между соседями набирается только за время запаздывания t. Какой именно была тормозная сила, знать не нужно.

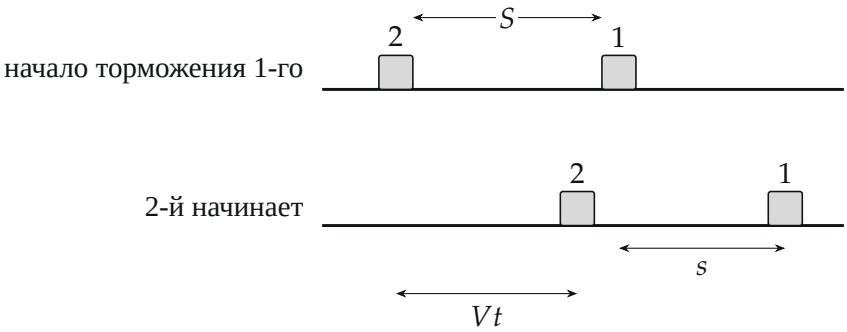
Обозначения. Ось x — вдоль движения, к светофору. $V = 54$ км/ч $= 15$ м/с. s — тормозной путь автомобиля (одинаков у всех, ведь действия повторяются). Автомобили считаем отрезками длины L; просвет

— расстояние от заднего края переднего автомобиля до переднего края заднего.

1. Положение второго автомобиля относительно первого. В момент $\tau = 0$ первый автомобиль начинает тормозить, и впереди у него до остановки путь s. Второй автомобиль в этот момент отстаёт на просвет S и едет с той же скоростью V. Движение с постоянной скоростью V в течение времени t даёт путь

$$Vt = 15\ \text{м/с} \cdot 1{,}6\ \text{с} = 24\ \text{м}.$$

Затем второй водитель начинает тормозить и проезжает тот же путь s, что и первый. От момента $\tau = 0$ до остановки первый автомобиль прошёл s, второй — $Vt + s$.



Верхняя пара — в момент начала торможения первого; нижняя — в момент, когда начинает тормозить второй: первый прошёл часть пути, а второй — ровно Vt (положения условные, схема не в масштабе)

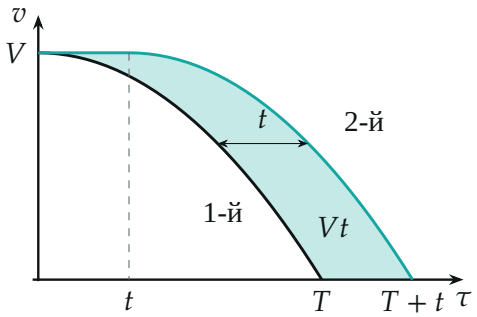
Просвет после остановки S_1 равен начальному просвету S плюс путь переднего автомобиля минус путь заднего:

$$S_1 = S + s - (Vt + s) = S - Vt = 25\ \text{м} - 24\ \text{м} = 1\ \text{м}.$$

Тормозной путь s сократился: ответ от него не зависит.

2. То же на графике скорости. Скорость каждого автомобиля при торможении падает от V до нуля. Кривая скорости второго — копия кривой первого, сдвинутая вправо на t, а до этого второй едет с V. Путь

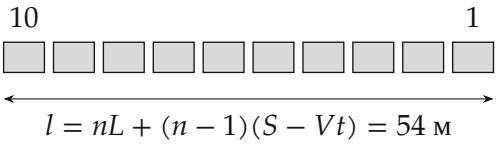
равен площади под графиком, поэтому площадь между кривыми равна разности путей $(Vt + s) - s = Vt$. Любая горизонтальная полоска между кривыми имеет ширину t и высоту dv, так что полная площадь — прямоугольник $V \times t$.



Графики скорости двух автомобилей; закрашенная площадь между кривыми равна Vt (метки «1-й» и «2-й» стоят у своих кривых)

3. Длина колонны. После остановки все просветы между соседними автомобилями одинаковы и равны 1 м: каждый следующий водитель запаздывает на те же t и повторяет то же. Колонна состоит из $n = 10$ автомобилей длины L и $n - 1 = 9$ просветов:

$$l = nL + (n-1)(S - Vt) = 10 \cdot 4{,}5\ \text{м} + 9 \cdot 1\ \text{м} = 45\ \text{м} + 9\ \text{м} = 54\ \text{м}.$$



Остановившаяся колонна: просветы по 1 м (на рисунке почти слились), номера у крайних автомобилей

Обратите внимание. Ответ верен, пока $S > Vt$: просвет в конце получился положительным. Окажись $Vt > S$, автомобили столкнулись бы. Здесь запас есть: 1 м из 25 м.

Проверка. Размерность: $[Vt] = $ м, всё складывается в метрах. Предел: при $t \to 0$ все тормозят одновременно, просветы остаются равными S, длина колонны — $nL + (n-1)S = 45 + 225 = 270$ м, формула это даёт. Второй способ — график скорости из пункта 2. Смысл: колонна, не растянутая, а сжатая — из 270 м до 54 м, потому что каждый следующий водитель тормозит с запозданием и подъезжает ближе на 24 м.

Ответ. $l = nL + (n-1)(S - Vt) = 54$ м.