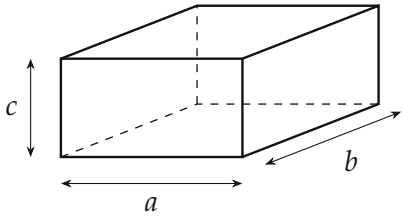
# Аквариум по пропорциям

**Задача 4.** [МОШ 2013/14, 7 класс, задача 4] В зоомагазине довольно продолжительное время продавался стеклянный аквариум. Со временем этикетка, на которой были обозначены внешние размеры аквариума, затерлась, и остался только размер его одной стороны — ширины $a = 100$ см. Опытная продавщица, однако, помнила пропорции этого аквариума: толщина каждой из стенок в 100 раз меньше его ширины; длина в 2 раза больше суммы его ширины и толщины его стенки; а если к ширине аквариума прибавить величину в 2 раза большую, чем толщина его стенки, то эта величина равна высоте аквариума. Какова масса $m$ такого аквариума в килограммах? Плотность стекла $\rho = 2{,}5$ г/см$^3$.




*Поясняющий рисунок: внешние размеры аквариума — ширина $a$, длина $b$, высота $c$ (рисунок не в масштабе)*

▲ **Решение. Что происходит.** Аквариум — это коробка из стекла без крышки: дно и четыре стенки одной толщины $d$. Массу стекла находим по плотности и объёму: $m = \rho V_{\text{ст}}$. Объём стекла проще всего получить как разность объёма всей внешней коробки и объёма пустоты внутри. Для этого нужно выразить все размеры через $a$ и $d$.

**Обозначения.** $a = 100$ см — внешняя ширина, $d$ — толщина стенки, $b$ — внешняя длина, $c$ — внешняя высота, $V_{\text{н}}$ и $V_{\text{в}}$ — объёмы внешней коробки и внутренней полости, $V_{\text{ст}}$ — объём стекла. Принимаем, что аквариум открытый сверху: у него есть дно, но нет крышки (так принято у аквариумов).

**1. Размеры из условия.** Толщина в 100 раз меньше ширины: $d = a/100 = 1$ см. Длина вдвое больше суммы ширины и толщины: $b =$

$2(a + d) = 2 \cdot 101 = 202$ см. Высота равна ширине плюс удвоенная толщина: $c = a + 2d = 102$ см.

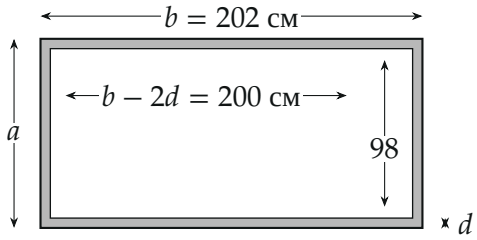
**2. Внешняя коробка.** Объём параллелепипеда — произведение трёх рёбер:

$$V_{\text{н}} = a\,b\,c = 100 \cdot 202 \cdot 102 = 2\,060\,400 \text{ см}^3.$$

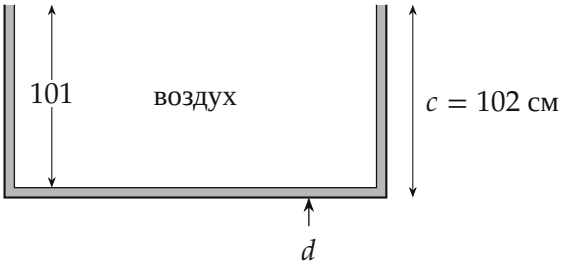
**3. Внутренняя полость.** Рисунок показывает вид сверху и вид сбоку (толщина стенок на нём сильно увеличена: настоящая — в 100 раз меньше ширины). Внутри: по ширине убираем две боковые стенки, по длине — две торцевые, по высоте — только дно, так как сверху открыто:

$$a_{\text{в}} = a - 2d = 98 \text{ см}, \qquad b_{\text{в}} = b - 2d = 200 \text{ см}, \qquad c_{\text{в}} = c - d = 101 \text{ см}.$$

$$V_{\text{в}} = 98 \cdot 200 \cdot 101 = 1\,979\,600 \text{ см}^3.$$




*Вид сверху: стенки серые (толщина преувеличена), внутри* $200 \times 98$ *см; ширина* $a = 100$ *см — внешняя, поэтому внутри её на* $2d$ *меньше*




*Вид сбоку (разрез вдоль длины): есть дно, сверху открыто, внутренняя высота* $c - d = 101$ *см*

**4. Объём и масса стекла.**

$$V_{\text{ст}} = V_{\text{н}} - V_{\text{в}} = 2\,060\,400 - 1\,979\,600 = 80\,800 \text{ см}^3,$$

$$m = \rho\, V_{\text{ст}} = 2{,}5\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 80\,800 \text{ см}^3 = 202\,000 \text{ г} = 202 \text{ кг}.$$

Второй способ — сложить объёмы деталей. Дно: $100 \cdot 202 \cdot 1 = 20\,200$ см$^3$. Две длинные стенки высотой 101 см: $2 \cdot 202 \cdot 101 \cdot 1 = 40\,804$ см$^3$. Две торцевые стенки между ними, шириной 98 см: $2 \cdot 98 \cdot 101 \cdot 1 = 19\,796$ см$^3$. Сумма $20\,200 + 40\,804 + 19\,796 = 80\,800$ см$^3$ — то же число.

**Обратите внимание.** Ответ 202 кг верен для аквариума без крышки. Если бы сверху было стекло, внутренняя высота равнялась бы $c - 2d = 100$ см, стекла вышло бы 100 400 см$^3$, то есть 251 кг, и ответ не совпал бы с ответом организаторов.

**Проверка.** Размерность: г/см$^3$ $\cdot$ см$^3$ $=$ г, делим на 1000 — килограммы. Оценка: поверхность коробки около $2 \cdot (100 \cdot 202) + 2 \cdot (100 \cdot 102) + 2 \cdot (202 \cdot 102) \approx 102$ тыс. см$^2$ при толщине 1 см даёт около 100 тыс. см$^3$ — чуть больше нашего, потому что у открытого аквариума нет крышки ($\approx 20$ тыс. см$^2$). Смысл: масса пустого аквариума больше центнера.

**Ответ.** $m = 202$ кг.