# Винни-Пух застрял в норе

**Задача 4.** [МОШ 2013/14, 8 класс, задача 4] Калорийность — это количество энергии, выделяемой человеком в результате поглощения того или иного продукта. Кало́рия — внесистемная единица количества работы и энергии, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 грамма воды на 1 градус Цельсия при стандартном атмосферном давлении 101325 Па (1 кал = 4,1868 Дж). Количество калорий, необходимых человеку, зависит от выполняемой работы, от физической активности, от пола, возраста, и даже от географической широты (холодный или жаркий климат).

Надеемся, что все помнят, как ранним утром Винни-Пух и Пятачок зашли в гости к Кролику. Воспитанный Кролик пригласил друзей к столу. Винни-Пух, обрадовавшись такому предложению, согласился (чтобы не обижать Кролика) и протиснулся по узкому проходу внутрь дома. Когда в какой-то момент запасы меда и малинового варенья Кролика закончились, Винни-Пух решил, что настало то время, когда нужно поблагодарить хозяина и возвращаться домой. Однако… домой Винни-Пух сразу не попал, так как застрял в узком проходе к двери Кролика.

Допустим, что при своей начальной массе, равной 20 кг, Винни-Пух съел 3 банки меда по 1,5 кг каждая и 6 банок малинового варенья по 500 г каждая. Калорийность 100 г меда равна 314 ккал, а калорийность 100 г малинового варенья — 271,4 ккал. Энергетические затраты организма во время сна равны энергетическим затратам организма во время спокойного отдыха лежа и составляют 3977,46 Дж/час на 1 килограмм массы тела; эта величина при пении равна 7285,032 Дж/час на килограмм массы тела, а при чтении вслух — 5066,028 Дж/час на килограмм массы тела.

Пусть Винни-Пух 8 часов в сутки спит, а остальное время — лежит, половину времени напевая, а другую половину декламируя свои «пыхтелки» — а что еще остается ему делать? Так сколько же суток придется Винни-Пуху ждать таким необычным образом счастливого момента своего освобождения из норы Кролика?

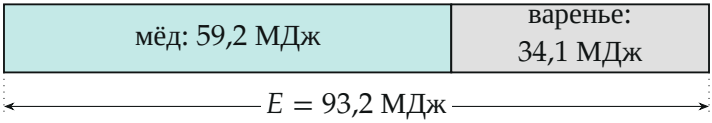



*Рис. 1. Энергия, которую получил Винни-Пух: съеденные мёд и варенье в одном масштабе, $E \approx 93{,}2$ МДж (22 272 ккал)*

▲ **Решение.** **Что происходит.** Винни-Пух застрял, потому что съел слишком много. Чтобы освободиться, ему надо израсходовать на дыхание, тепло и работу голоса столько же энергии, сколько он получил с едой, и больше ничего не есть. Расход идёт каждые сутки одинаково: сон, пение и чтение вслух. Поэтому число суток — это отношение запаса энергии $E$ к суточному расходу $W$. Ключевые законы: сохранение энергии (получено — израсходовано), перевод калорий в джоули, расход пропорционален массе и времени.

**Обозначения.** $E$ — энергия съеденного, $W$ — суточный расход энергии, $T$ — искомое число суток; $m = 20$ кг — масса, по которой по условию считается расход; 1 ккал = 1000 кал = 4186,8 Дж.

**1. Энергия съеденного.** Мёд: 3 банки по 1,5 кг, то есть 4,5 кг = 45 порций по 100 г, по 314 ккал в каждой; варенье: 6 банок по 500 г, то есть 3 кг = 30 порций по 100 г, по 271,4 ккал:

$$E_м = 45 \cdot 314 = 14\,130 \text{ ккал}, \qquad E_в = 30 \cdot 271{,}4 = 8142 \text{ ккал},$$

$$E = E_м + E_в = 22\,272 \text{ ккал} = 22\,272 \cdot 4186{,}8 \text{ Дж} \approx 93{,}2 \text{ МДж}.$$

**2. Суточный расход.** Расход на 1 кг в час: сон и спокойное лежание $q_1 = 3977{,}46$ Дж/(ч·кг), пение $q_2 = 7285{,}032$ Дж/(ч·кг), чтение вслух $q_3 = 5066{,}028$ Дж/(ч·кг). Сутки (рис. 2): 8 ч сна, остальные $24 - 8 = 16$ ч — половина на пение, половина на чтение, то есть по 8 ч:

$$\begin{aligned} W &= m \cdot 8\,(q_1 + q_2 + q_3) \\ &= 20 \cdot 8 \cdot (3977{,}46 + 7285{,}032 + 5066{,}028)\text{ Дж} \\ &= 20 \cdot 130\,628 \text{ Дж} \approx 2{,}61 \text{ МДж}. \end{aligned}$$

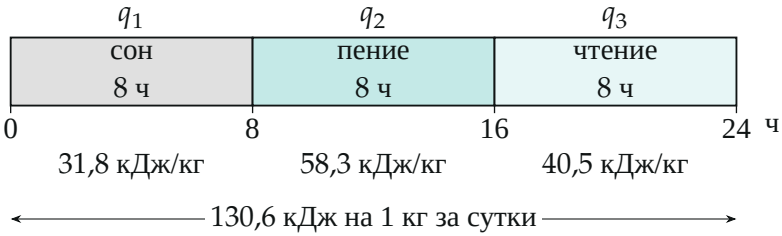



*Рис. 2. Суточный график расхода: каждые из трёх занятий занимает 8 ч (порядок на результат не влияет); $q_1$, $q_2$, $q_3$ — расход в час на килограмм; под каждым куском — расход на 1 кг за эти 8 ч*

**3. Число суток.** Расход одинаков каждые сутки, поэтому всё съеденное будет израсходовано за

$$T = \frac{E}{W} = \frac{93{,}2\ \text{МДж}}{2{,}61\ \text{МДж/сут}} \approx 35{,}7\ \text{суток}$$

(рис. 3: запас энергии линейно убывает со скоростью $W$). Организаторы называют «почти 38 суток»; по данным условия получается 35,7 суток (проверено в калориях, ниже, и расчётом в python), расхождение с ответом организаторов объяснить не удалось.

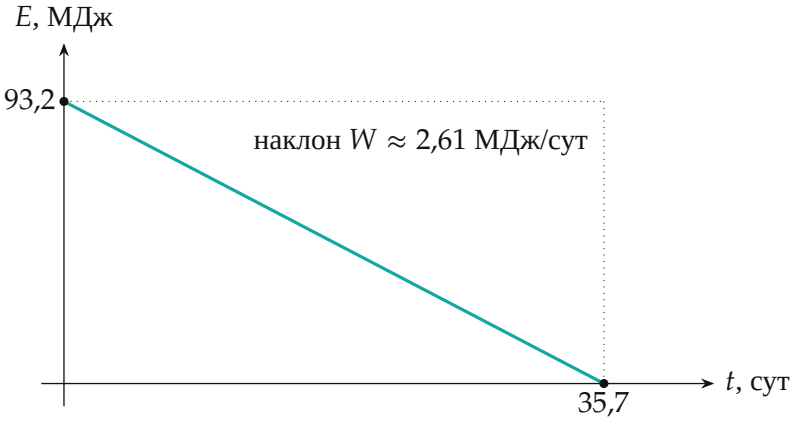



*Рис. 3. Остаток энергии съеденного: убывает линейно с суточным расходом $W$ и обращается в нуль через $T \approx 35{,}7$ суток*

**Обратите внимание.**

- Калории переводим в джоули: 1 ккал = 4186,8 Дж (в условии 1 кал = 4,1868 Дж, а калорийность дана в ккал).
- Банки считаем в массе: $3 \cdot 1{,}5 = 4{,}5$ кг мёда, $6 \cdot 0{,}5 = 3$ кг варенья.
- Остальные 16 часов делятся поровну: 8 ч пения и 8 ч чтения вслух; сон — 8 ч.

**Проверка.** Размерность: Дж и Дж/сут дают сутки. Второй способ — в калориях: $q_1 = 3977{,}46/4186{,}8 = 0{,}95$, $q_2 = 7285{,}032/4186{,}8 = 1{,}74$, $q_3 = 5066{,}028/4186{,}8 = 1{,}21$ ккал/(ч·кг); за сутки на 1 кг уходит $8(0{,}95+1{,}74+1{,}21) = 31{,}2$ ккал, на 20 кг — 624 ккал, и $22\,272/624 \approx 35{,}7$ суток. Масса при расчёте расхода: если брать 27,5 кг (с учётом съеденного), получилось бы около 26 суток, но по условию расход дан для 20 кг. Смысл: за один присест Винни-Пух получил около 22 000 ккал, а за сутки лёжа и распевая тратит около 620 ккал, так что на «разгрузку» уходит чуть больше месяца.

**Ответ.** Примерно 36 суток ($T = E/W \approx 35{,}7$ суток; организаторы указывают «почти 38»).