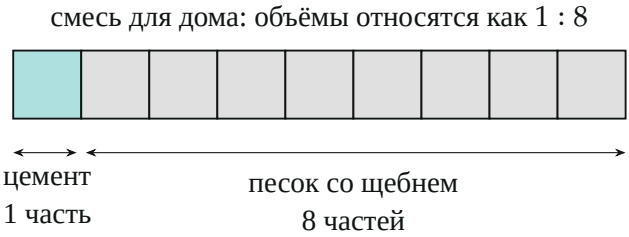
Смесь песка и цемента

Задача 4. [МОШ 2014/15, 7 класс, задача 4] Для строительства дома требуется смесь песка со щебнем и цемента общей массой 28 тонн, содержащая цемент и песок с щебнем в отношении 1:8 (по объёму). На стройке уже имеется 3 тонны песка со щебнем и 3 тонны цемента, а остальные материалы хранятся на складе недалеко от стройплощадки.

1. Сколько тонн песка со щебнем и сколько тонн цемента требуется для строительства дома?
2. Сколько поездок потребуется совершить, чтобы доставить недостающие строительные материалы, если вместимость кузова электрокара, в котором их будут перевозить, составляет 400 л?

Плотность смеси песка со щебнем — 1,6 г/см^3, а цемента — 1,2 г/см^3. За один раз можно перевозить только один вид стройматериалов (иначе они будут смешиваться прямо в кузове в неправильной пропорции).



Поясняющий рисунок: в смеси на каждую «клетку» объёма цемента приходится восемь таких же клеток песка со щебнем.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Отношение 1 : 8 задано для *объёмов*, а требуется найти *массы*. Объём и масса связаны плотностью, а плотности у материалов разные, поэтому массы делятся не в отношении 1 : 8. Порядок такой: выразить массу каждого компонента через общий объём «клетки», сложить, приравнять 28 т, найти клетку, а затем — массы. Потом сравнить с тем, что уже лежит на стройке, и посчитать, сколько раз нужно съездить за песком.

Обозначения. $V_ц$, $V_п$ — объёмы цемента и песка со щебнем в готовой смеси; $\rho_ц = 1200$ кг/м^3, $\rho_п = 1600$ кг/м^3 — плотности; $m_ц$, $m_п$ — массы

в смеси; $M = 28$ т — масса смеси; $V_0 = 400$ л $= 0{,}4$ м^3 — объём кузова; N — число поездок.

Пункт 1.

1. Объёмы. Условие даёт $V_\text{п} = 8V_\text{ц}$. Масса равна плотности, умноженной на объём:

$$m_\text{ц} = \rho_\text{ц} V_\text{ц}, \qquad m_\text{п} = \rho_\text{п} V_\text{п} = 8\rho_\text{п} V_\text{ц}.$$

2. Масса смеси. Смесь состоит только из этих двух компонентов, значит, $M = m_\text{ц} + m_\text{п}$:

$$M = V_\text{ц}\,(\rho_\text{ц} + 8\rho_\text{п}), \qquad V_\text{ц} = \frac{M}{\rho_\text{ц} + 8\rho_\text{п}}.$$

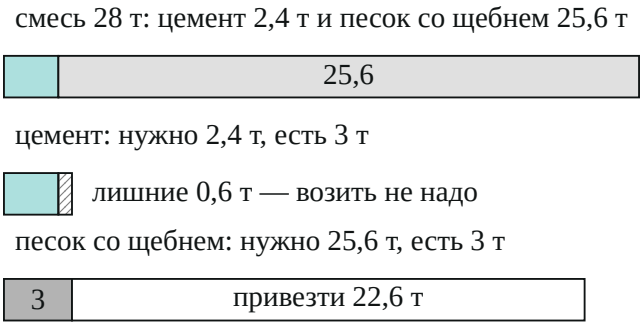
Подставим числа ($M = 28000$ кг):

$$V_\text{ц} = \frac{28000\text{ кг}}{(1200 + 8 \cdot 1600)\text{ кг/м}^3} = \frac{28000}{14000}\text{ м}^3 = 2\text{ м}^3.$$

Объём песка со щебнем $V_\text{п} = 8V_\text{ц} = 16$ м^3.

3. Массы.

$$m_\text{ц} = 1200 \cdot 2\text{ кг} = 2400\text{ кг} = 2{,}4\text{ т},$$
$$m_\text{п} = 1600 \cdot 16\text{ кг} = 25600\text{ кг} = 25{,}6\text{ т}.$$



Массы в тоннах в одном масштабе. Сверху — состав смеси. Дальше — срав-

нение с запасом на стройке: цемента хватает с избытком, песка со щебнем не хватает 22,6 т.

Пункт 2.

4. Что надо привезти. Песка со щебнем нужно 25,6 т, на стройке 3 т, значит, не хватает

$$\Delta m_{\text{п}} = 25{,}6 - 3 = 22{,}6 \text{ т} = 22600 \text{ кг}.$$

Цемента нужно 2,4 т, а лежит 3 т: хватает с запасом, возить его не нужно.

5. Сколько песка влезает в кузов. В один рейс помещается объём V_0, при плотности $\rho_{\text{п}}$ масса груза равна

$$m_0 = \rho_{\text{п}} V_0 = 1600 \cdot 0{,}4 \text{ кг} = 640 \text{ кг}.$$

6. Число поездок. Груз надо делить на вместимость кузова:

$$\frac{\Delta m_{\text{п}}}{m_0} = \frac{22600}{640} \approx 35{,}3.$$

Поездок — целое число, а 35 рейсов увезут только $35 \cdot 640 = 22400$ кг < 22600 кг, поэтому нужна ещё одна, неполная, поездка: $N = 36$. Цементу рейсов не надо.



Каждая клетка — одна поездка (640 кг песка со щебнем). Тридцать пять клеток заполнены полностью, в тридцать шестой нужно лишь 0,2 т.

Обратите внимание. Три ловушки. Первая: делить 28 т в отношении 1 : 8 нельзя — оно задано по объёму, а не по массе (получилось бы 3,1 т цемента и 24,9 т песка). Вторая: цемента на стройке уже больше, чем нужно, поэтому из «недостающих» материалов он выпадает. Третья: число поездок округляют вверх, потому что неполный рейс — тоже рейс.

Проверка. Единицы: кг/(кг/м^3) = м^3. Объём смеси $2 + 16 = 18$ м^3, её плотность $28000/18 \approx 1556$ кг/м^3 — между 1200 и 1600, ближе к плотности песка, как и должно быть при его большей доле. Второй способ для пункта 2: объём недостающего песка $22600/1600 = 14{,}125$ м^3, кузов 0,4 м^3, и $14{,}125/0{,}4 \approx 35{,}3$ — те же 36 рейсов.

Смысл такой: песка по объёму в восемь раз больше, чем цемента, и он почти целиком (около 91 %) определяет массу смеси, поэтому именно его запас и надо пополнять.

Ответ. 1) цемента 2,4 т, песка со щебнем 25,6 т; 2) 36 поездок (песком со щебнем; цемента везти не надо).