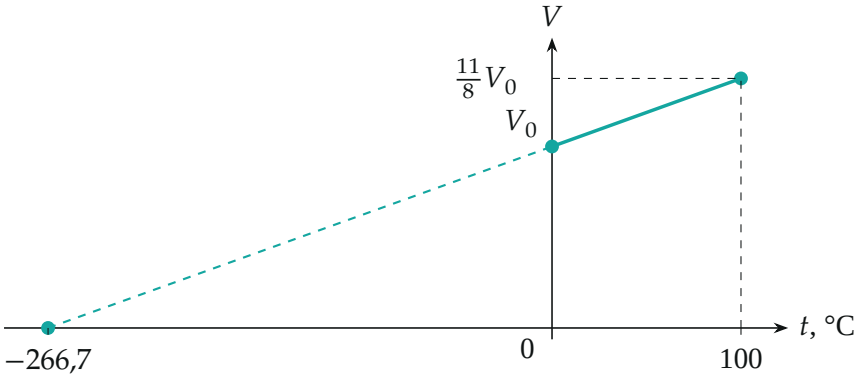
Закон Гей-Люссака и масса воздуха

Задача 8. [МОШ 2014/15, 7 класс, задача 8] В 1802 году Ж. Гей-Люссак, исследуя тепловое расширение воздуха, обнаружил, что объём порции воздуха при атмосферном давлении линейно зависит от температуры, измеряемой в градусах Цельсия: график зависимости объёма от температуры является прямой линией. При этом объёмы воздуха при температурах 100 °C и 0 °C относятся примерно как 11 : 8.

1. Запишите формулу, выражающую плотность ρ воздуха при температуре t через плотность воздуха ρ_0 при 0 °C и температуру t (выраженную в градусах Цельсия).
2. Определите отношение плотности воздуха при температуре 10 °C к плотности воздуха при температуре 20 °C.
3. Считая плотность воздуха при 0 °C равной $\rho_0 = 1{,}3$ кг/м^3, рассчитайте, как и на сколько изменится масса воздуха в помещении объёмом 40 м^3 при уменьшении температуры от 20 °C до 10 °C.



Поясняющий рисунок: график объёма порции воздуха V от температуры t — прямая через точки $(0\,°C;\ V_0)$ и $(100\,°C;\ \frac{11}{8}V_0)$. Пунктир — продолжение прямой до $V = 0$.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Объём фиксированной порции воздуха линейно растёт с температурой, а масса порции не меняется. Плотность

— это масса, делённая на объём, поэтому при нагревании плотность падает, и как раз обратно пропорционально объёму. В первом пункте надо найти коэффициент линейной зависимости, во втором — применить найденную формулу дважды, в третьем — перейти от плотности к массе в комнате. Сам воздух в комнате не заперт: через щели он свободно выходит и входит, давление остаётся атмосферным — так что в комнате фиксирован объём (40 м^3), а не масса воздуха.

Обозначения. $V(t)$ — объём порции воздуха при температуре t (в °C), V_0 — её объём при 0 °C; m_0 — масса порции; α — коэффициент теплового расширения; $\rho(t) = \rho_t$ — плотность при t; ρ_{10}, ρ_{20} — плотности при 10 и 20 °C; $V_к = 40$ м^3 — объём комнаты; m_{10}, m_{20} — массы воздуха в комнате.

Пункт 1.

1. Линейная зависимость. График — прямая, проходящая через точку $(0; V_0)$, поэтому

$$V(t) = V_0\,(1 + \alpha t),$$

где α — пока неизвестная постоянная (наклон прямой, делённый на V_0).

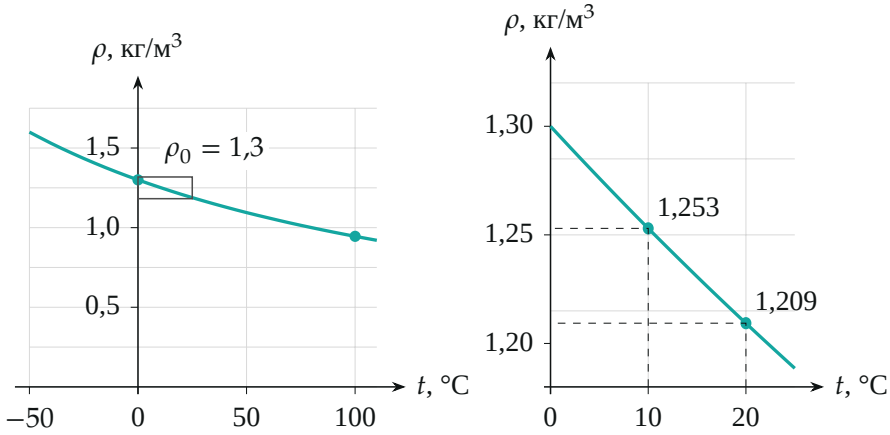
2. Коэффициент. При 100 °C объём относится к V_0 как 11 : 8, то есть $V(100) = \frac{11}{8} V_0$:

$$1 + 100\alpha = \frac{11}{8} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{3}{8 \cdot 100} = \frac{3}{800}\ °\text{C}^{-1}.$$

Заодно видно, где прямая пересекает ось t: $V = 0$ при $t = -1/\alpha = -266{,}7$ °C — близко к абсолютному нулю (пунктир на рисунке).

3. Плотность. Масса порции постоянна: $\rho_0 = m_0/V_0$ и $\rho_t = m_0/V(t)$. Делим одно на другое:

$$\frac{\rho_t}{\rho_0} = \frac{V_0}{V(t)} = \frac{1}{1 + \alpha t} \quad \Rightarrow \quad \rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \dfrac{3}{800}\,t}.$$



Плотность воздуха как функция температуры, $\rho_t = \rho_0/(1 + \frac{3}{800}t)$. Слева — общий вид (по оси ρ от нуля): при 0 °C плотность 1,3, при 100 °C — 0,945 кг/м^3. Справа — увеличенный участок рамки слева, 0–25 °C (по оси ρ масштаб растянут, отсчёт от 1,18): точки 10 и 20 °C.

Пункт 2.

4. Плотности при 10 **и** 20 **°C.** Подставим в формулу пункта 1:

$$\rho_{10} = \frac{\rho_0}{1 + \dfrac{3 \cdot 10}{800}} = \frac{800\,\rho_0}{830}, \qquad \rho_{20} = \frac{\rho_0}{1 + \dfrac{3 \cdot 20}{800}} = \frac{800\,\rho_0}{860}.$$

5. Отношение. Делим первое на второе, ρ_0 и 800 сокращаются:

$$\frac{\rho_{10}}{\rho_{20}} = \frac{860}{830} = \frac{86}{83} \approx 1{,}036.$$

Холоднее — плотнее, поэтому отношение больше единицы.

Пункт 3.

6. Плотности в числах. При $\rho_0 = 1{,}3$ кг/м^3:

$$\rho_{20} = \frac{1{,}3 \cdot 800}{860} \approx 1{,}209 \text{ кг/м}^3, \qquad \rho_{10} = \frac{1{,}3 \cdot 800}{830} \approx 1{,}253 \text{ кг/м}^3.$$

7. Массы воздуха в комнате. Объём комнаты не меняется, масса рав-

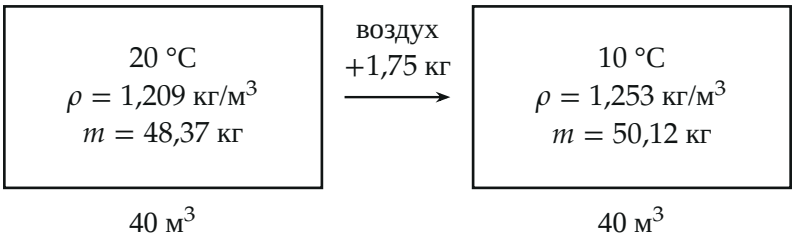
на плотности, умноженной на объём:

$$m_{20} = \rho_{20} V_к \approx 1{,}209 \cdot 40 \text{ кг} \approx 48{,}37 \text{ кг},$$
$$m_{10} = \rho_{10} V_к \approx 1{,}253 \cdot 40 \text{ кг} \approx 50{,}12 \text{ кг}.$$

8. Изменение массы. В общем виде и в числах:

$$\Delta m = m_{10} - m_{20} = \rho_0 V_к \left(\frac{800}{830} - \frac{800}{860} \right) = 52 \cdot 0{,}03362 \text{ кг} \approx 1{,}75 \text{ кг}.$$

Знак плюс: масса воздуха в комнате *увеличивается* — с понижением температуры воздух плотнеет, и в тот же объём через щели входит больше воздуха.



Одна и та же комната, 40 м³. При охлаждении с 20 до 10 °C воздух плотнее, масса воздуха в ней растёт на 1,75 кг (около 3,6 %).

Обратите внимание. Три места, где легко ошибиться. В формуле нельзя писать $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$: так зависит от температуры объём, а плотность — обратно пропорциональна объёму. Отношение во втором пункте — 86/83, а не 83/86: при 10 °C воздух плотнее, чем при 20 °C. В третьем пункте масса воздуха в комнате не остаётся постоянной — сохраняется не масса, а объём комнаты и давление.

Проверка. Единицы: плотность — кг/м³, масса — кг. Пределы формулы: $t = 0$ даёт $\rho = \rho_0$; $t = 100$ °C даёт $\rho = \frac{8}{11}\rho_0$, что соответствует данному отношению объёмов 11 : 8. Для пункта 3 второй способ — через относительное изменение: $\rho_{10}/\rho_{20} = 86/83$, значит, $m_{10} = m_{20} \cdot \frac{86}{83}$ и $\Delta m = m_{20} \cdot \frac{3}{83} = 48{,}37 \cdot 0{,}03614 \approx 1{,}75$ кг — совпадает с прямым расчётом.

Смысл такой: при изменении температуры на 10 °C плотность воздуха меняется на несколько процентов, но в целой комнате это уже около двух килограммов воздуха.

Ответ. 1) $\rho_t = \dfrac{\rho_0}{1 + \frac{3}{800}\,t}$; 2) $\dfrac{\rho_{10}}{\rho_{20}} = \dfrac{86}{83} \approx 1{,}036$; 3) масса воздуха в комнате увеличится на $\Delta m \approx 1{,}75$ кг.