Велосипедист Вова

Задача 1. [МОШ 2014/15, 8 класс, задача 1] Школьник Вова в 10 ч. 46 мин. выехал из дома покататься на велосипеде. В 11 ч. 30 мин. из сообщения, полученного на мобильный телефон, он узнал, что пора возвращаться обратно. Проехав вперед еще 900 м, Вова развернулся и приехал домой в 12 ч. 20 мин. Найдите скорость движения Вовы на велосипеде, считая ее постоянной.

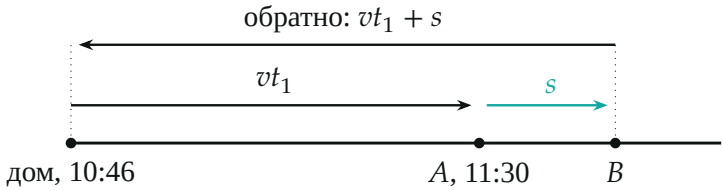


Рис. 1. Дорога по одной прямой: от дома до точки A (11:30) Вова ехал время $t_1 = 44$ мин, от A до разворота B — путь $s = 900$ м; обратно — весь путь от B до дома

▲ **Решение. Что происходит.** Вова едет по одной и той же дороге туда и обратно с постоянной скоростью. Значит, время движения пропорционально пройденному пути, а путь от разворота до дома равен пути от дома до разворота. Ключевой закон — путь при равномерном движении $x = vt$; неизвестных две (v и длина пути), поэтому нужны два соотношения: по пути и по времени.

Обозначения. v — скорость; $t_1 = 11{:}30 - 10{:}46 = 44$ мин — время от выезда до сообщения; $t_2 = 12{:}20 - 11{:}30 = 50$ мин — время от сообщения до приезда; $s = 900$ м — дополнительный путь до разворота; ось x направлена от дома вдоль дороги, $x = 0$ — дом.

1. Путь до разворота. К 11:30 Вова проехал равномерно время t_1, поэтому он в точке $x_A = vt_1$. Ещё s вперёд — до точки разворота:

$$x_B = vt_1 + s.$$

2. Время обратной дороги. Назад Вова едет с той же скоростью v и

проезжает тот же путь x_B (до дома), значит

$$t_{\text{обр}} = \frac{x_B}{v} = t_1 + \frac{s}{v}.$$

3. Время после сообщения. За время t_2 после 11:30 Вова проехал сначала s до разворота (время s/v), затем назад (время $t_{\text{обр}}$):

$$t_2 = \frac{s}{v} + t_1 + \frac{s}{v} \quad \Rightarrow \quad \frac{2s}{v} = t_2 - t_1 = 6 \text{ мин}.$$

Это и есть главное: лишние 6 минут — как раз время, за которое 900 м проезжаются дважды (вперёд и назад).

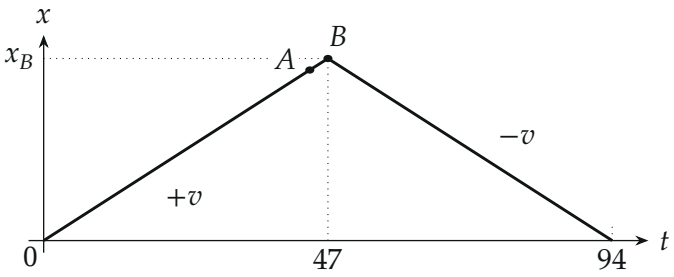


Рис. 2. График $x(t)$ (время в минутах от 10:46): подъём со скоростью $+v$ до разворота B (на 47-й минуте), потом спуск со скоростью $-v$ до дома на 94-й минуте; точка A — сообщение на 44-й минуте

4. Скорость. Отсюда

$$v = \frac{2s}{t_2 - t_1} = \frac{2 \cdot 900 \text{ м}}{6 \text{ мин}} = 300 \frac{\text{м}}{\text{мин}} = 300 \cdot \frac{60}{1000} \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 18 \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Проверка. Второй способ: время в пути $12{:}20 - 10{:}46 = 94$ мин; путь $2x_B$, где $x_B = 300 \cdot (44+3) = 14100$ м (разворот на 47-й минуте, $s/v = 3$ мин). Тогда $2 \cdot 14{,}1$ км$/(94/60$ ч$) = 18$ км/ч. Размерность: $2s/(t_2 - t_1)$ — метры на минуту. Смысл: скорость в такой задаче определяется только лишними минутами: чем меньше разница $t_2 - t_1$, тем быстрее едет Вова.

Ответ. $v = \dfrac{2s}{t_2 - t_1} = 300$ м/мин $= 18$ км/ч.