Масса печатного символа

Задача 4. [МОШ 2015/16, 7 класс, задача 4] **Масса печатного символа.** Вася взвесил на очень точных электронных весах (которые «чувствуют» изменение массы 0,01 г) два чистых белых листа бумаги формата A4 (плотность бумаги 80 г/м^2, размеры листа 297 мм × 210 мм). Массы листов были совершенно одинаковыми. На одном из листов на двух его сторонах Вася напечатал на принтере текст, в котором было 6500 символов. После взвешивания листа с текстом оказалось, что его масса увеличилась на 1,6%. Сколько в среднем весит один символ?

▲ **Решение. Что происходит.** Один символ слишком лёгкий, чтобы весы его заметили, зато весь текст из 6500 символов прибавил к листу целых 1,6% массы — это уже измеримая величина. Значит, нужны три шага: узнать массу чистого листа, взять от неё 1,6% (это масса всей печати) и поделить на число символов. Масса листа находится по «плотности бумаги» 80 г/м^2 — это масса одного квадратного метра листа (на единицу площади, а не на единицу объёма).

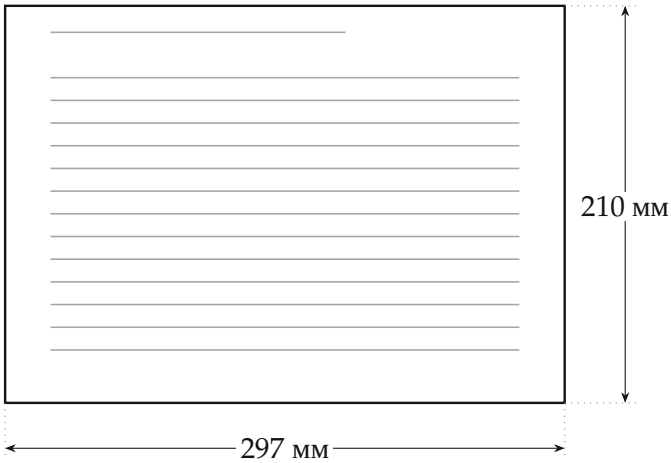


Рис. 1. Лист A4 с напечатанным текстом (линии — строки текста; текст напечатан на обеих сторонах).

Обозначения. $a = 297$ мм, $b = 210$ мм — размеры листа; $\sigma = 80$ г/м^2 — масса одного квадратного метра бумаги (поверхностная плотность);

S — площадь листа; m — масса чистого листа; Δm — прибавка массы после печати; $N = 6500$ — число символов; m_1 — масса одного символа; $k = 1{,}6\% = 0{,}016$.

1. Площадь листа. Переведём размеры в метры: $a = 0{,}297$ м, $b = 0{,}210$ м.

$$S = ab = 0{,}297 \cdot 0{,}210 \text{ м}^2 \approx 0{,}0624 \text{ м}^2 = 623{,}7 \text{ см}^2.$$

Площадь считаем одну: лист — это один кусок бумаги, а «обе стороны» значат только, что краска лежит на обеих, площадь бумаги от этого не удваивается.

2. Масса листа. Масса пропорциональна площади, коэффициент — σ:

$$m = \sigma S = 80 \text{ г/м}^2 \cdot 0{,}06237 \text{ м}^2 \approx 4{,}99 \text{ г}.$$

3. Масса всех символов. Масса листа с текстом увеличилась на 1,6%, значит прибавка — это масса краски ($\Delta m = k\,m$):

$$\Delta m = 0{,}016 \cdot 4{,}99 \text{ г} \approx 0{,}0798 \text{ г} \approx 0{,}08 \text{ г}.$$

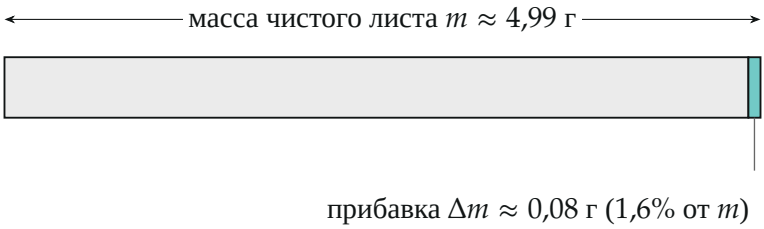


Рис. 2. Прибавка массы Δm (бирюзовая полоска) в масштабе к массе листа: она составляет всего 1,6%, но весы с точностью 0,01 г её видят (около 8 делений).

4. Масса одного символа. Всю краску делим поровну на N символов (считаем, что в среднем символы одинаковы):

$$m_1 = \frac{\Delta m}{N} = \frac{k\,\sigma\,ab}{N} = \frac{0{,}0798 \text{ г}}{6500} \approx 1{,}23 \cdot 10^{-5} \text{ г} \approx 12{,}3 \text{ мкг}.$$

Одна формула сразу для всего: $m_1 = \dfrac{k\sigma ab}{N}$ (рис. 3).

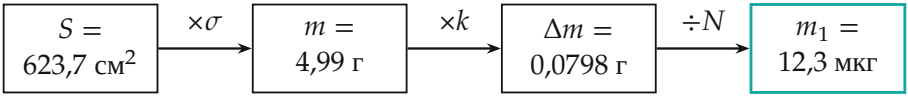


Рис. 3. Цепочка вычислений: площадь → масса листа → масса печати → масса символа.

Обратите внимание. Плотность бумаги, заданная в г/м^2, умножают на площадь, а не на объём: толщина листа в задаче не нужна. И ещё: 12 мкг — это среднее по всем символам (запятая и «Ш» весят по-разному).

Проверка. Размерность: $\sigma \cdot S$ — г/м^2·м^2 = г; $\Delta m/N$ — г на символ. Порядок величины: типичный лист А4 весит около 5 г, и 1,6% от него — около 0,08 г, на 6500 символов это сотые доли миллиграмма, то есть единицы-десятки микрограммов — правдоподобно для тонера или чернил. Нужная точность весов: $\Delta m \approx 0{,}08$ г — восемь делений по 0,01 г, измерение осмысленно.

Ответ. Один символ весит в среднем ≈ 12,3 мкг.