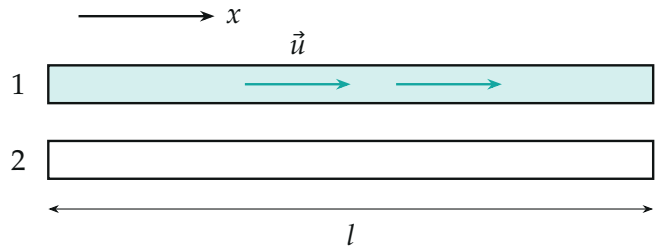
Бег по траволаторам

Задача 5. [МОШ 2016-17, 7 класс, задача 5] В аэропорту Шереметьево в длинном переходе между двумя терминалами есть два параллельных друг другу траволатора – горизонтально расположенных эскалатора, имеющих одинаковые длины. Школьник Вася, отправляющийся на Международную физическую олимпиаду, заметил, что первый траволатор движется, а второй – выключен, и, ожидая свой рейс, решил немного развлечься. Он начал бегать по траволаторам туда-сюда, каждый раз возвращаясь в исходную точку. В первый раз Вася пробежал туда по движущемуся траволатору, а назад – по неподвижному. Во второй раз он пробежал туда по неподвижному траволатору, а назад – по движущемуся. Разность времен движения Васи в этих первом и втором забегах составила $\Delta t_1 = 25$ с. В третий раз Вася пробежал в обе стороны по движущемуся траволатору, а в четвертый раз – в обе стороны по неподвижному. Разность времен движения Васи в третьем и в четвертом забегах оказалась равной $\Delta t_2 = 5$ с. Вася развивает постоянную скорость относительно траволатора, скорость движения которого также постоянна и равна $u = 1$ м/с. Найдите скорость V Васи относительно траволатора и определите длину траволатора. Считайте, что на ускорение, торможение и на разворот Вася тратит пренебрежимо мало времени.



Поясняющий рисунок: траволатор 1 едет со скоростью и вдоль оси x («туда»), траволатор 2 неподвижен; длина обоих l.

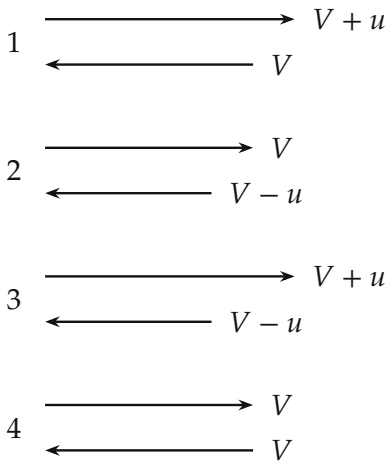
▲ **Решение. Что происходит.** Скорость Васи относительно пола — это его скорость относительно ленты плюс скорость самой ленты (закон сложения скоростей). По неподвижной ленте он бежит со скоростью V, по

движущейся — со скоростью $V + u$ по ходу ленты и $V - u$ против хода. Время забега — длина, делённая на скорость относительно пола. Время зависит от скорости как $1/v$, поэтому выигрыш на участке по ходу ленты всегда меньше проигрыша на участке против хода — отсюда и ненулевые разности Δt_1, Δt_2.

Обозначения. Ось x — по ходу движущегося траволатора, «туда» — в сторону $+x$. l — длина траволатора; u — скорость ленты; V — скорость Васи относительно ленты ($V > u$, иначе Вася не смог бы вернуться по движущейся ленте). $T_1, \ldots, T_4$ — время четырёх забегов.

1. Проекции скорости Васи относительно пола.

- по движущемуся траволатору туда: $v_x = V + u$; назад: $v_x = -(V - u)$, модуль $V - u$;
- по неподвижному в обе стороны: модуль V.



Четыре забега: стрелка вправо — «туда», влево — «обратно»; длина пропорциональна скорости относительно пола (нарисовано при $V = 5u$), подпись — её модуль.

2. Времена забегов (путь l каждый раз проходим на участках «туда» и «обратно»):

$$T_1 = \frac{l}{V+u} + \frac{l}{V}, \qquad T_2 = \frac{l}{V} + \frac{l}{V-u},$$

$$T_3 = \frac{l}{V+u} + \frac{l}{V-u} = \frac{2lV}{V^2-u^2}, \qquad T_4 = \frac{2l}{V}.$$

3. Разности. Берём по модулю (какое время больше, видно: $T_2 > T_1$, $T_3 > T_4$):

$$\Delta t_1 = T_2 - T_1 = \frac{l}{V-u} - \frac{l}{V+u} = \frac{2lu}{V^2-u^2},$$

$$\Delta t_2 = T_3 - T_4 = \frac{2lV}{V^2-u^2} - \frac{2l}{V} = \frac{2l\,u^2}{V\,(V^2-u^2)}.$$

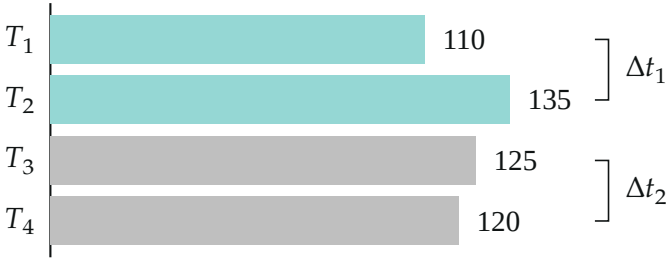
Если «туда» считать против хода ленты, T_1 и T_2 поменяются местами, а модуль разности останется тем же.

4. Скорость Васи. Делим первую разность на вторую — l и V^2-u^2 сокращаются:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{2lu}{V^2-u^2} \cdot \frac{V\,(V^2-u^2)}{2l\,u^2} = \frac{V}{u} \;\Rightarrow\; V = u\,\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1 \cdot \frac{25}{5} = 5 \text{ м/с}.$$

5. Длина траволатора. Из первой разности:

$$l = \frac{V^2-u^2}{2u}\,\Delta t_1 = \frac{25-1}{2\cdot 1} \cdot 25 = 300 \text{ м}.$$



Времена забегов (с) при $V = 5$ м/с, $l = 300$ м: $T_1 = 110$, $T_2 = 135$, $T_3 = 125$, $T_4 = 120$. Скобки справа — разности: $\Delta t_1 = T_2 - T_1 = 25$, $\Delta t_2 = T_3 - T_4 = 5$, как в условии.

Обратите внимание. Скорость ленты не «выигрывает» время даже при забеге туда-обратно по ней: $T_3 > T_4$. Против хода ленты Вася теряет больше времени, чем выигрывает по ходу.

Проверка. Размерность: $u\Delta t_1/\Delta t_2$ — м/с, $l = (V^2 - u^2)\Delta t_1/(2u)$ — $(\text{м}^2/\text{с}^2)\cdot\text{с}/(\text{м/с}) = \text{м}$. Численно: $T_1 = 300/6 + 300/5 = 110$ с, $T_2 = 60 + 75 = 135$ с, $T_3 = 50 + 75 = 125$ с, $T_4 = 120$ с; $T_2 - T_1 = 25$ с и $T_3 - T_4 = 5$ с — как в условии. Предел $u \to 0$: обе разности стремятся к нулю — лента не нужна.

Смысл: отношение разностей зависит только от отношения скоростей, поэтому V находится без длины, а длину потом находим из любой разности.

Ответ. $V = u\dfrac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 5$ м/с; $\quad l = \dfrac{V^2 - u^2}{2u}\Delta t_1 = 300$ м.