Термометр Фаренгейта

Задача 1. [МОШ 2017/18, 7 класс, задача 1] На рисунке изображён уличный термометр с двумя шкалами: Цельсия (внутри) и Фаренгейта (снаружи). Ноль по шкале Фаренгейта определялся как температура смеси воды, льда и хлорида аммония (соответствует примерно $-17{,}8$ °C), а +98 °F соответствовало температуре тела здорового человека (измеряемой во рту). Пользуясь этим рисунком, определите, при какой температуре в градусах Фаренгейта кипит вода (при нормальном атмосферном давлении). Опишите в решении, как именно температура кипения воды определялась с использованием данного рисунка. Температуру кипения воды по шкале Цельсия (+100 °C) считайте известной. Ответ можно дать приближённо, округлив до целого числа.

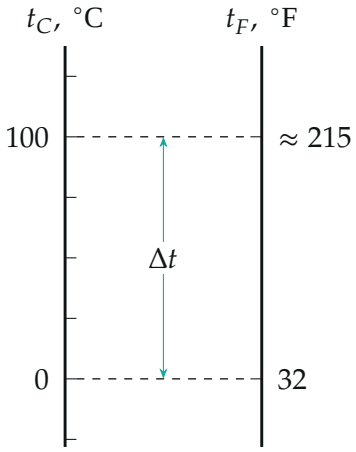


Рис. 1. Две шкалы одного термометра: отметки, стоящие на одной высоте, обозначают одну и ту же температуру (поясняющий рисунок; Δt — один и тот же столбик ртути, прочитанный по двум шкалам)

▲ **Решение. Что происходит.** Обе шкалы нанесены на один и тот же термометр: столбик ртути стоит на одной высоте, а читается по-разному. Деления на шкалах равномерные, поэтому показание по Фаренгейту линейно связано с показанием по Цельсию: $t_F = k\,t_C + b$. Две неизвестные

константы k и b находим по двум парам отметок на рисунке, а потом подставляем $t_C = 100\,^\circ\text{C}$.

Обозначения. t_C — температура по Цельсию, t_F — по Фаренгейту, k — сколько градусов Фаренгейта в одном градусе Цельсия, b — показание шкалы Фаренгейта при $0\,^\circ\text{C}$.

1. Свободный член b. Против нуля шкалы Цельсия (температура таяния льда) на рисунке стоит отметка $32\,^\circ\text{F}$. Подставляем $t_C = 0$ в $t_F = kt_C + b$:

$$b = 32\,^\circ\text{F}.$$

2. Коэффициент k. Берём на рисунке две отметки, как можно дальше друг от друга (так измерительная погрешность делится на большую длину), и читаем разность показаний по обеим шкалам: Δt_C по Цельсию и Δt_F по Фаренгейту для одного и того же столбика ртути. По рисунку выходит, что на $1\,^\circ\text{C}$ приходится примерно $1{,}83\,^\circ\text{F}$:

$$k = \frac{\Delta t_F}{\Delta t_C} \approx 1{,}83\,\frac{^\circ\text{F}}{^\circ\text{C}}.$$

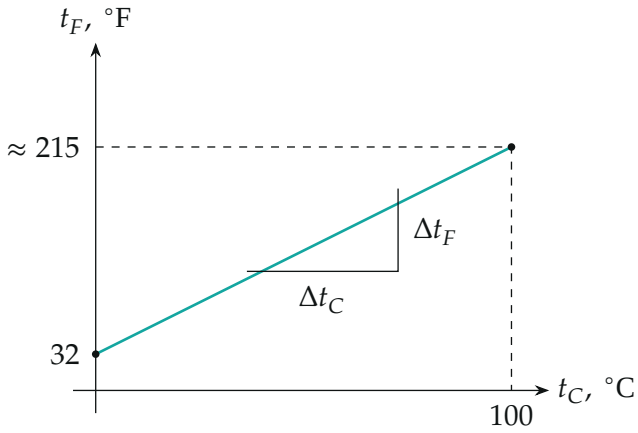


Рис. 2. График $t_F(t_C)$: прямая через $(0;\,32)$ с наклоном k; продолжив её до $t_C = 100\,^\circ C$, читаем температуру кипения

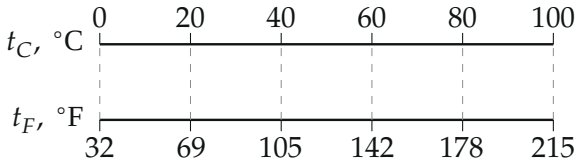


Рис. 3. Две шкалы рядом: отметки $0, 20, \ldots, 100\,^\circ C$ стоят над отметками $32, 69, 105, 142, 178, 215\,^\circ F$; шаг по Фаренгейту — 36,6, то есть 1,83 на градус Цельсия

3. Температура кипения. Продолжаем шкалу (или прямую на рис. 2) до $t_C = 100\,^\circ\text{C}$:

$$t_F = k\,t_C + b \approx 1{,}83 \cdot 100 + 32 = 215\,^\circ\text{F}.$$

Именно так температура кипения определялась по рисунку: нашли нуль и цену градуса Цельсия в градусах Фаренгейта, а затем отложили 100 градусов Цельсия.

Проверка. Второй способ — по реперам из условия: $0\,^\circ$F соответствует $-17{,}8\,^\circ$C, а $0\,^\circ$C — $32\,^\circ$F, поэтому $17{,}8\,^\circ$C занимают $32\,^\circ$F и $k = 32/17{,}8 \approx 1{,}80$. Тогда $t_F = 32 + 1{,}80 \cdot 100 \approx 212\,^\circ$F. Разница с 215 — около 1,5 %, это погрешность считывания шкалы по рисунку; обе оценки согласуются. Размерность: k имеет размерность $^\circ\text{F}/^\circ\text{C}$, b — $^\circ$F.

Смысл: переход между шкалами — смена начала отсчёта (+32) и масштаба (×1,8); больше ничего не требуется, потому что обе шкалы равномерные.

Ответ. Вода кипит при $\approx 215\,^\circ$F (по точным реперам шкалы — $212\,^\circ$F).