Припой в парах Galden

Задача 4. [МОШ 2017/18, 8 класс, задача 4] На пластинку из тугоплавкого текстолита нанесён слой оловянного припоя (температура плавления 190 °C) толщиной $d_1 = 20$ мкм. Эту пластинку, взятую при комнатной температуре 20 °C, погружают в насыщенный пар специальной полимерной жидкости (Galden), температура которого равна 200 °C. Пар конденсируется на слое припоя, вследствие чего припой плавится. Определите толщину слоя сконденсировавшейся жидкости к тому моменту, когда весь слой припоя расплавится. Учитывайте теплообмен только между припоем и конденсирующимся полимером. Жидкий припой с текстолита и жидкий полимер с припоя не стекают. Плотность, удельная теплоёмкость и удельная теплота плавления припоя: $\rho_1 = 8100$ кг/м^3, $c_1 = 230$ Дж/(кг·°C), $\lambda = 60$ кДж/кг. Плотность, удельная теплоёмкость и удельная теплота испарения жидкого полимера: $\rho_2 = 1800$ кг/м^3, $c_2 = 970$ Дж/(кг·°C), $L = 60$ кДж/кг. Считайте, что теплота испарения не зависит от температуры.

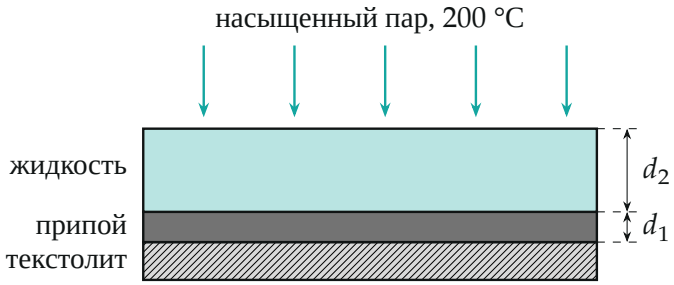


Рис. 1. Поясняющий рисунок (толщины слоёв утрированы): на слое припоя толщиной d_1 конденсируется слой жидкого полимера толщиной d_2

▲ **Решение. Что происходит.** Горячий пар касается холодного припоя и конденсируется: при этом выделяется теплота (столько, сколько нужно было бы на испарение), и получившаяся жидкость ещё немного остывает. Всё это тепло уходит в припой: он нагревается до температуры плавления и плавится. Расплавится слой полностью — конденсация прекратится (по условию учитываем только теплообмен между ними). За-

кон один: уравнение теплового баланса, тепло, отданное паром и жидкостью, равно теплу, полученному припоем.

Обозначения. S — площадь пластинки (оба слоя занимают одну и ту же площадь), $m_1 = \rho_1 d_1 S$ — масса припоя, $m_2 = \rho_2 d_2 S$ — масса сконденсировавшейся жидкости, Δt_1 — на сколько градусов нагревается припой, Δt_2 — на сколько остывает жидкость.

1. Температуры. Припой нагревается с 20 до 190 °C и плавится (при 190 °C), то есть $\Delta t_1 = 190 - 20 = 170$ °C. Конденсат образуется при 200 °C, а к концу (когда припой уже расплавлен) — слой в контакте с припоем при 190 °C, поэтому жидкость остывает на $\Delta t_2 = 200 - 190 = 10$ °C.

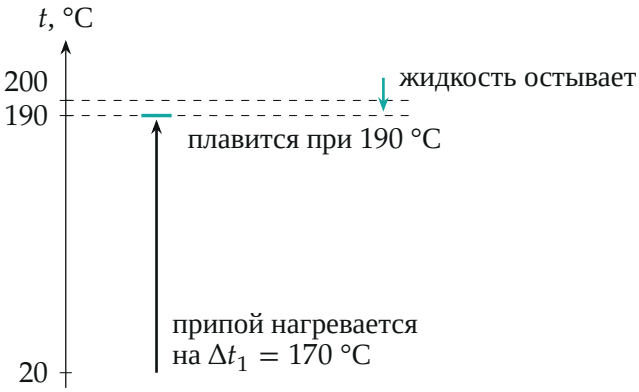


Рис. 2. Температуры: припой нагревается от 20 до 190 °C и плавится при 190 °C; конденсат остывает от 200 до 190 °C ($\Delta t_2 = 10$ °C)

2. Тепло, нужное припою. Нагрев до температуры плавления и плавление при постоянной температуре:

$$Q_1 = c_1 m_1 \Delta t_1 + \lambda m_1 = m_1 (c_1 \Delta t_1 + \lambda).$$

3. Тепло, отданное полимером. Конденсация (выделяется L на килограмм) и остывание жидкости на Δt_2:

$$Q_2 = L m_2 + c_2 m_2 \Delta t_2 = m_2 (c_2 \Delta t_2 + L).$$

4. Баланс. Потерь нет, теплообмен только между припоем и полимером, $Q_2 = Q_1$. Подставляем $m_1 = \rho_1 d_1 S$ и $m_2 = \rho_2 d_2 S$; площадь S сокращается:

$$\rho_2 d_2 (c_2 \Delta t_2 + L) = \rho_1 d_1 (c_1 \Delta t_1 + \lambda) \;\Rightarrow\; d_2 = d_1 \frac{\rho_1 (c_1 \Delta t_1 + \lambda)}{\rho_2 (c_2 \Delta t_2 + L)}.$$

5. Числа.

$$c_1 \Delta t_1 + \lambda = 230 \cdot 170 + 60\,000 = 39\,100 + 60\,000 = 99\,100 \ \tfrac{\text{Дж}}{\text{кг}},$$
$$c_2 \Delta t_2 + L = 970 \cdot 10 + 60\,000 = 9\,700 + 60\,000 = 69\,700 \ \tfrac{\text{Дж}}{\text{кг}},$$
$$d_2 = 20 \text{ мкм} \cdot \frac{8100 \cdot 99\,100}{1800 \cdot 69\,700} \approx 20 \cdot 6{,}40 \text{ мкм} \approx 128 \text{ мкм}.$$

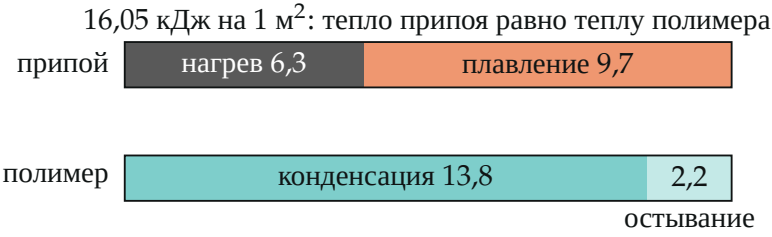


Рис. 3. Баланс тепла на 1 м² слоя (в кДж): Q_1 у припоя — нагрев и плавление, Q_2 у полимера — конденсация и остывание; полосы одинаковой длины

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{кг/м}^3 \cdot \text{Дж/кг}}{\text{кг/м}^3 \cdot \text{Дж/кг}}$ — безразмерное отношение, толщина получается в тех же единицах, что d_1 (мкм). Второй способ — на 1 м²: масса припоя $\rho_1 d_1 = 8100 \cdot 20 \cdot 10^{-6} = 0{,}162$ кг, ему нужно $0{,}162 \cdot 99\,100 \approx 16{,}05$ кДж. Один килограмм полимера отдаёт 69,7 кДж, нужно $16{,}05/69{,}7 \approx 0{,}230$ кг, а объём этой массы $0{,}230/1800 = 1{,}28 \cdot 10^{-4}$ м³ на 1 м² — слой 128 мкм.

Смысл: конденсация — мощный нагреватель, поэтому слой жидкости всего в 6 раз толще расплавленного.

Ответ. $d_2 = d_1 \dfrac{\rho_1 (c_1 \Delta t_1 + \lambda)}{\rho_2 (c_2 \Delta t_2 + L)} \approx 128$ мкм.