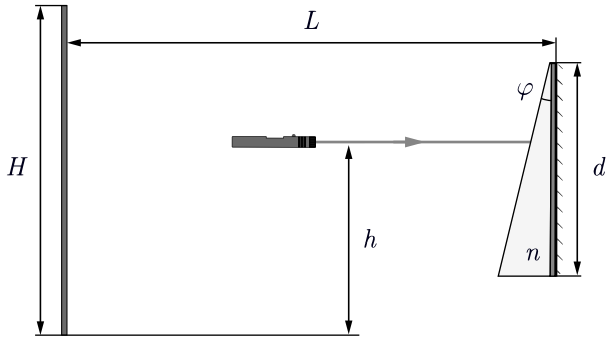
# Автомобильное зеркало

**Задача 4.** [МОШ 2019/20, 10 класс, задача 4] При падении света на границу раздела воздух-стекло (показатель преломления стекла равен $n = 1{,}5$) под малым углом к нормали доля, равная $R = 4\,\%$, энергии падающего излучения отражается, а $T = 96\,\%$ энергии проходит во вторую среду. При этом не важно, в какую сторону распространяется свет: из воздуха в стекло или из стекла в воздух.

К идеальному зеркалу (отражающему весь падающий свет) прислонили стеклянный клин (призму) размером $d = 10$ см с малым углом $\varphi = 0{,}06$ рад при вершине (см. рисунок). На призму падает лазерный луч, направленный по нормали к зеркалу. При этом на экране высотой $H = 40$ см, расположенном параллельно зеркалу на расстоянии $L = 1$ м от него, наблюдают несколько пятен разной яркости. Показатель преломления стекла равен $n = 1{,}5$. Расстояние от лазерного луча до нижнего края экрана по вертикали равно $h = 25$ см.




1. Найдите приближённо расстояние от верхнего края экрана до каждого пятна и подсчитайте долю энергии падающего излучения (в процентах, округлив до целых), приходящуюся на лучи, формирующие это пятно. Учтите, что приближённые соотношения: $\sin\alpha \approx \alpha$ и $\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$ с хорошей точностью выполняются даже для углов около 0,4 рад.

2. На какой угол следует повернуть зеркало с призмой в плоскости рисунка, чтобы на месте самого яркого пятна оказалось другое, следующее по яркости?
3. Компания Chrysler в 1958 г. использовала зеркало с призмой в качестве зеркала заднего вида с двумя режимами работы. С помощью специального рычажка его можно было перевести из «дневного» режима в «ночной», так чтобы свет фар автомобилей, едущих сзади, отражённый зеркалом, не слепил водителя. Объясните принцип работы такого автомобильного зеркала.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Луч дробится на передней грани клина: 4 % отражается сразу, 96 % входит в стекло, отражается от зеркала и снова подходит к передней грани изнутри. Там опять 96 % выходит, а 4 % отражается внутрь и делает ещё один круг. Передняя грань наклонена к зеркалу на угол $\varphi$, поэтому после каждого круга угол падения на неё изнутри растёт, и каждый следующий выходящий луч наклонён сильнее. Получается веер лучей убывающей яркости; на экран попадают те, что не уходят за его край. Класс задачи — геометрическая оптика малых углов: закон отражения и закон преломления $\sin\alpha = n\sin\beta$, при малых углах $\alpha = n\beta$, углы отсчитываем от нормали к грани.

**Обозначения.** Углы направлений лучей отсчитываем от горизонтали (нормали к зеркалу), плюс — вверх. Нормаль к передней грани наклонена к горизонтали на угол $\varphi$ (грань наклонена к зеркалу на $\varphi$): наружная нормаль смотрит влево и вверх. $\beta_k$ — угол падения луча на переднюю грань изнутри при $k$-м подходе, $\gamma_k$ — угол, под которым выходящий луч идёт к горизонтали (вниз). $x$ — расстояние пятна от верхнего края экрана. Клин тонкий ($d = 10$ см, толщина — миллиметры), поэтому точки входа и выхода лучей считаем лежащими на высоте $h$ на расстоянии $L$ от экрана.

**Пункт 1.**

**1. Отражение от передней грани.** Луч горизонтален, нормаль к грани наклонена к нему на $\varphi$: угол падения $\varphi$. По закону отражения луч отразится под углом $\varphi$ по другую сторону нормали, то есть повернётся относительно обратного направления на $2\varphi$ и пойдёт влево вверх под углом $2\varphi = 0{,}12$ рад (рис. 1). На экране он поднимется на $2\varphi L = 12$ см

над уровнем лазера, на высоту $h + 12 = 37$ см, то есть

$$x_0 = H - h - 2\varphi L = 40 - 25 - 12 = 3 \text{ см}, \qquad N_0 = R = 4\,\%.$$

**2. Вход в стекло.** Прошедший луч преломляется: угол с нормалью по закону преломления $\varphi/n$. Нормаль внутрь стекла наклонена вниз на $\varphi$, луч прижимается к ней, и его угол с горизонталью

$$\theta = \varphi - \frac{\varphi}{n} = 0{,}06 - 0{,}04 = 0{,}02 \text{ рад (вниз)}.$$

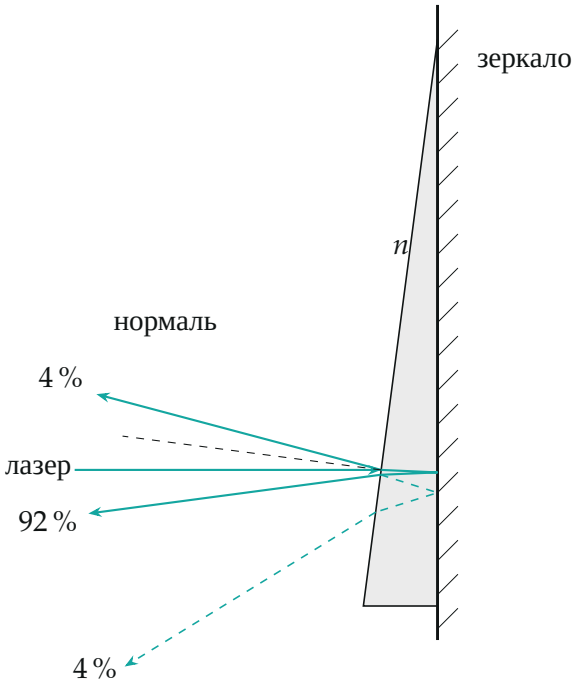



*Рис. 1. Ход лучей в клине (угол $\varphi$ увеличен для наглядности, лучи посчитаны для него). Сплошные — первое отражение и главный луч, пунктир — луч после одного отражения внутри*

**3. Первый выход.** Отразившись от зеркала, луч идёт влево под тем же углом $\theta$ к горизонтали, вниз. Наружная нормаль к грани смотрит вверх

под углом $\varphi$ к горизонтали, так что угол падения изнутри

$$\beta_1 = \varphi + \theta = 0{,}08 \text{ рад}.$$

На выходе угол с нормалью по закону преломления $n\beta_1 = 0{,}12$ рад, а с горизонталью

$$\gamma_1 = n\beta_1 - \varphi = 0{,}12 - 0{,}06 = 0{,}06 \text{ рад (вниз)}.$$

Пятно на $\gamma_1 L = 6$ см ниже уровня лазера, на высоте 19 см: $x_1 = H - h + \gamma_1 L = 21$ см. Луч дважды прошёл границу: $N_1 = T^2 = 0{,}96^2 \approx 92\,\%$.

**4. Отражения внутри.** Часть $R$ луча при первом подходе отражается от грани внутрь. Каждое отражение от грани и от зеркала увеличивает угол падения на грань на $2\varphi$: отражение от плоскости, наклонённой на $\varphi$ к другой, поворачивает луч на $2\varphi$. Значит,

$$\beta_{k+1} = \beta_k + 2\varphi: \qquad \beta_1 = 0{,}08, \quad \beta_2 = 0{,}20, \quad \beta_3 = 0{,}32 \text{ рад},$$

$$\gamma_k = n\beta_k - \varphi: \qquad \gamma_2 = 0{,}24, \quad \gamma_3 = 0{,}42 \text{ рад}.$$

Луч $k = 2$ опускается на $\gamma_2 L = 24$ см, на высоту 1 см над нижним краем: $x_2 = H - h + \gamma_2 L = 39$ см. Его доля — вход, одно внутреннее отражение, выход: $N_2 = T \cdot R \cdot T \approx 3{,}7\,\% \approx 4\,\%$. Луч $k = 3$ опустился бы на 42 см — ниже края экрана (до него всего 25 см), а следующие ещё ниже. Да и яркость их $T^2R^2 \approx 0{,}15\,\%$ — уже незаметна. На экране три пятна (рис. 2).

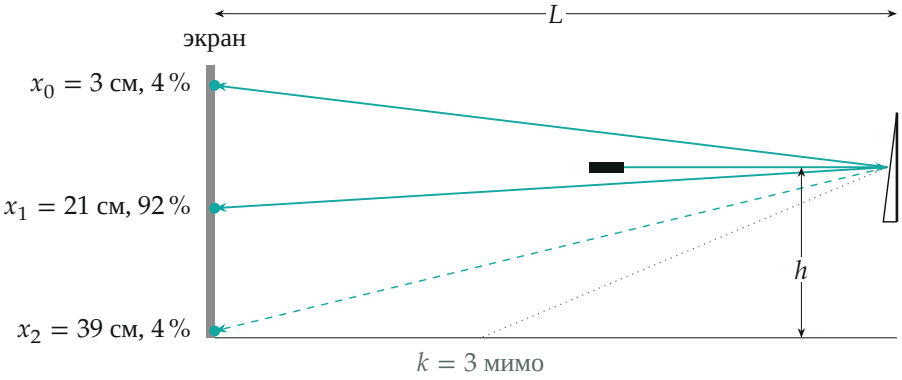


*Рис. 2. Три пятна на экране в масштабе: углы +0,12, −0,06 и −0,24 рад; четвёртый луч (−0,42 рад) уходит ниже экрана*

**Пункт 2.**

**5. Поворот.** Самое яркое пятно даёт луч $\gamma_1$ (92 %), следующее по яркости — верхнее, от передней грани (ровно 4 %; нижнее — 3,7 %). При повороте зеркала с клином на малый угол $\psi$ луч, отражённый передней гранью, поворачивается на $2\psi$ (угол падения меняется на $\psi$, и отражённый уходит на $\psi$ по другую сторону нормали). Остальные лучи при малых углах поворачиваются так же: зависимость выходящего угла от угла падения линейна с коэффициентом −1, как у зеркала. Верхний луч идёт под $+2\varphi$, яркий — под $-\gamma_1$, разница направлений

$$2\varphi+\gamma_1 = 0{,}18\,\text{рад} \quad \Rightarrow \quad \psi = \varphi+\frac{\gamma_1}{2} = \varphi+\frac{(n-1)\,2\varphi}{2} = n\varphi = 0{,}09\,\text{рад}.$$

Повернуть нужно так, чтобы веер лучей ушёл вниз: на рисунке условия — против часовой стрелки (рис. 3).

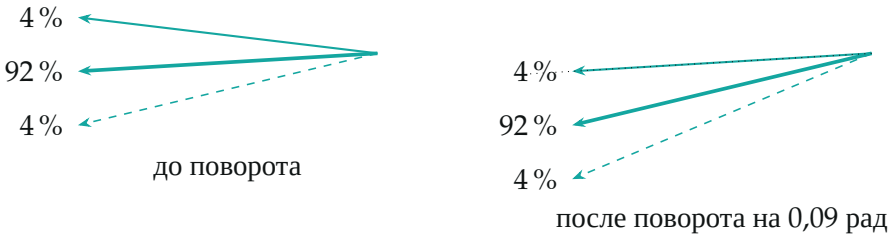



*Рис. 3. Веер выходящих лучей поворачивается целиком на $2\psi = 0{,}18$ рад: верхний (4 %) встаёт на место яркого (пунктирная точка — прежнее направление яркого)*

**Пункт 3.**

**6. Автомобильное зеркало.** Днём зеркало стоит так, что в глаза водителю идёт яркий луч, прошедший через стекло и отразившийся от зеркального слоя (92 %), — обычное яркое зеркало. Ночью рычажок поворачивает зеркало на небольшой угол (как в пункте 2): в глаза теперь приходит слабое отражение от передней поверхности стекла (4 %), а яркий пучок фар уходит в потолок салона (рис. 4). Изображение машин сзади остаётся, но в 20 с лишним раз тусклее и не слепит.

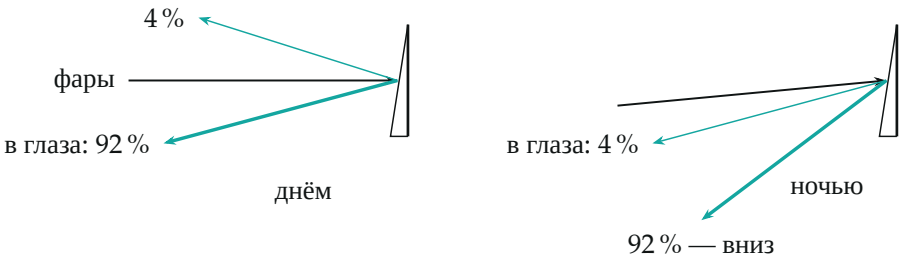



*Рис. 4. Схема дневного и ночного режимов (углы условные): рычажок меняет, какой из лучей попадает в глаза водителю*

**Обратите внимание.** Внутреннее отражение каждый раз увеличивает угол падения на грань на $2\varphi$, а не на $\varphi$: отражение поворачивает луч на удвоенный угол между зеркалом и гранью. Из-за этого лучи веера расходятся быстро, и уже четвёртый не попадает на экран.

**Проверка.** Второй способ для яркого луча: клин вместе со своим зеркальным изображением — тонкая призма с углом $2\varphi$, она отклоняет луч на $(n-1)\cdot 2\varphi = 0{,}06$ рад $= \gamma_1$ — совпало. Энергия: $4+92{,}2+3{,}7+0{,}15+\ldots \approx 100$ %, ничего не потеряно (зеркало идеальное). Размерность: углы безразмерны, $\gamma L$ — длина.

Смысл: клин перед зеркалом разводит по разным направлениям яркое отражение от зеркала и слабое отражение от стекла — на этом и основано ночное зеркало заднего вида.

**Ответ.** 1) три пятна: $x_0 = 3$ см (4 %), $x_1 = 21$ см (92 %), $x_2 = 39$ см (4 %); 2) на угол $n\varphi = \varphi + (n-1)\varphi = 0{,}09$ рад против часовой стрелки; 3) днём в глаза идёт луч, отражённый зеркалом сквозь стекло (92 %), ночью зеркало поворачивают так, что в глаза идёт слабое отражение от передней грани стекла (4 %).