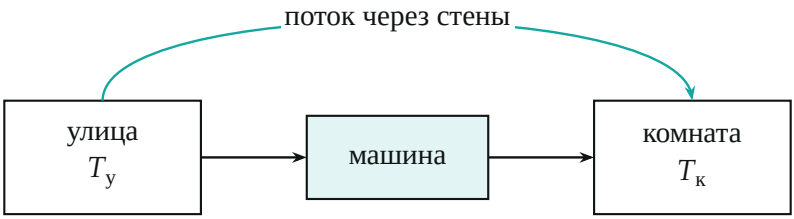
Похоже на сплит-систему

Задача 6. [МОШ 2020/21, 11 класс, задача 6] Тепловая машина комнатной сплит-системы работает по обратному циклу Карно, при этом можно считать, что температура на «горячей» изотерме цикла равна температуре в комнате, а на «холодной» — температуре на улице. Летом, когда температура за окном равна $+27\,^\circ\mathrm{C}$, сплит-система, работая в режиме кондиционирования (как холодильный агрегат), поддерживает в комнате температуру $+17\,^\circ\mathrm{C}$ и потребляет от электросети среднюю мощность N_1. В начале зимы, когда температура на улице опускается до $-3\,^\circ\mathrm{C}$, в сплит-системе включается режим теплового насоса, и она поддерживает в комнате ту же температуру $+17\,^\circ\mathrm{C}$, что и летом, потребляя среднюю мощность N_2. Можно считать, что тепловой поток (через окна и стены) пропорционален разности температур в комнате и на улице с одинаковым коэффициентом пропорциональности летом и зимой. Найдите отношение мощностей $n = \dfrac{N_2}{N_1}$, потребляемых сплит-системой при работе в разных режимах.

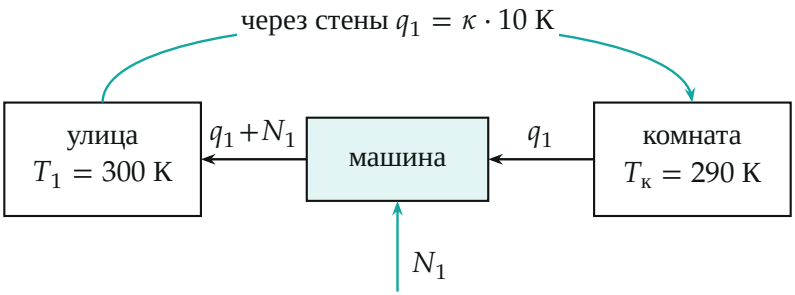


Поясняющий рисунок: комната, улица и машина между ними. Стрелки показывают, что может идти в ту или другую сторону.

▲ **Решение. Что происходит.** Температура в комнате не меняется, значит, комната в целом тепла не копит. Летом стены пропускают тепло с улицы в комнату, и машина как холодильник перекачивает его обратно на улицу. Зимой стены выпускают тепло из комнаты, и машина как тепловой насос возвращает его с улицы в комнату. Главная идея: тепловой поток через стены известен (он пропорционален разности температур),

а мощность, которую машина тратит на перекачку такого же потока, даёт обратный цикл Карно. Задача на связку «тепловой баланс комнаты → цикл Карно».

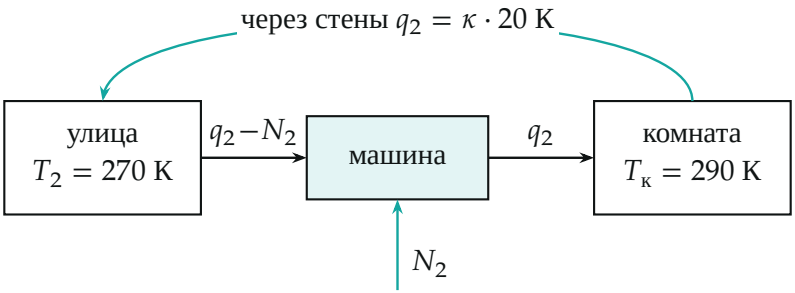
Обозначения. $T_к = 290$ K — температура в комнате (17 °C); $T_1 = 300$ K — улица летом; $T_2 = 270$ K — улица зимой; κ — коэффициент пропорциональности: тепловой поток через стены $q = \kappa|\Delta T|$, где ΔT — разность температур комнаты и улицы. Все тепловые потоки и мощности — в ваттах, то есть тепло за единицу времени.



Лето. Стены несут в комнату поток q_1, холодильник уносит из комнаты тот же поток q_1 и выбрасывает на улицу $q_1 + N_1$.

1. Лето: баланс и холодильник Карно. Через стены в комнату приходит поток $q_1 = \kappa\,(T_1 - T_к) = 10\kappa$. В стационарном состоянии машина забирает из комнаты (с её «холодной» изотермы, $T_х = T_к$) такой же поток. Запишем для обратного цикла Карно: тепло $Q_х$ забирается при $T_х$, тепло $Q_г$ отдаётся при $T_г$, и для обратимого цикла $Q_г/T_г = Q_х/T_х$ (энтропия за цикл не меняется). Работа сети за цикл $A = Q_г - Q_х = Q_х\,\dfrac{T_г - T_х}{T_х}$. Делим на время: мощность, потребляемая из сети, равна потоку тепла, который забирают, умноженному на $\dfrac{T_г - T_х}{T_х}$. Летом $T_х = T_к$, $T_г = T_1$:

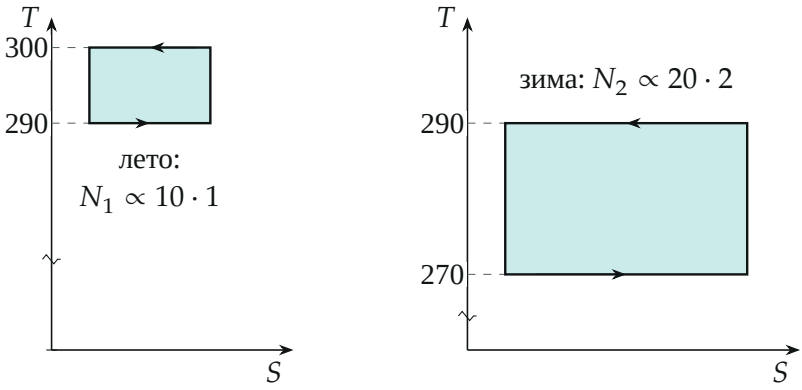
$$N_1 = q_1\,\frac{T_1 - T_к}{T_к} = \kappa\,\frac{(T_1 - T_к)^2}{T_к}.$$



Зима. Стены уносят из комнаты поток q_2, тепловой насос возвращает в комнату тот же q_2 и берёт с улицы $q_2 - N_2$.

2. Зима: баланс и тепловой насос Карно. Теперь стены уносят из комнаты поток $q_2 = \kappa\,(T_к - T_2) = 20\kappa$, и машина должна отдавать комнате такой же поток. Комната — уже горячая изотерма цикла: $T_г = T_к$, а холодная — улица, $T_х = T_2$. Теперь известно тепло, которое отдают, а не которое забирают: из $Q_г/T_г = Q_х/T_х$ работа $A = Q_г - Q_х = Q_г\,\dfrac{T_г - T_х}{T_г}$. Значит,

$$N_2 = q_2\,\frac{T_к - T_2}{T_к} = \kappa\,\frac{(T_к - T_2)^2}{T_к}.$$



Обратные циклы Карно в осях T–S (потоки на единицу времени; ось T оборвана, числа — в кельвинах). Площадь прямоугольника — потребляемая мощность. Ширина зимнего вдвое больше, потому что вдвое больше переносимый

поток; высота вдвое больше, потому что вдвое больше разность температур.

3. Отношение мощностей. Делим:

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \frac{(T_к - T_2)^2}{(T_1 - T_к)^2} = \left(\frac{20}{10}\right)^2 = 4.$$

Обратите внимание: в обоих режимах в знаменателе стоит одна и та же температура — комнатная $T_к$. Летом она холодная (на ней тепло забирают), зимой горячая (на ней тепло отдают), и именно эта температура сокращается. Поэтому не имеет значения, какой нулевой точкой кельвинов пользоваться (273 или 273,15): в ответ входят только разности температур.

Проверка. Второй способ — через коэффициенты. Холодильный коэффициент $q_1/N_1 = T_к/(T_1 - T_к) = 29$; коэффициент теплового насоса $q_2/N_2 = T_к/(T_к - T_2) = 14{,}5$. Потоки через стены относятся как $q_2/q_1 = 2$, поэтому $N_2/N_1 = \dfrac{q_2}{14{,}5} \cdot \dfrac{29}{q_1} = 2 \cdot 2 = 4$. Предел: при равных разностях температур $n = 1$, как и должно быть по симметрии. Размерность: $\kappa\,\Delta T^2/T$ — ватты, так как $\kappa\,\Delta T$ — поток тепла.

Физический смысл: зимой разность температур вдвое больше, значит и поток тепла через стены вдвое больше, и каждый джоуль тепла перекачивать вдвое «круче» — потребляемая мощность растёт как квадрат разности температур.

Ответ. $n = \dfrac{N_2}{N_1} = \left(\dfrac{T_к - T_2}{T_1 - T_к}\right)^2 = 4.$