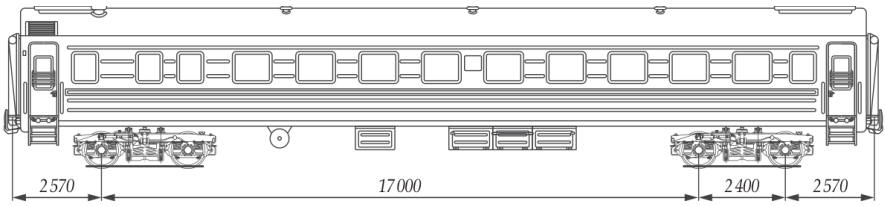
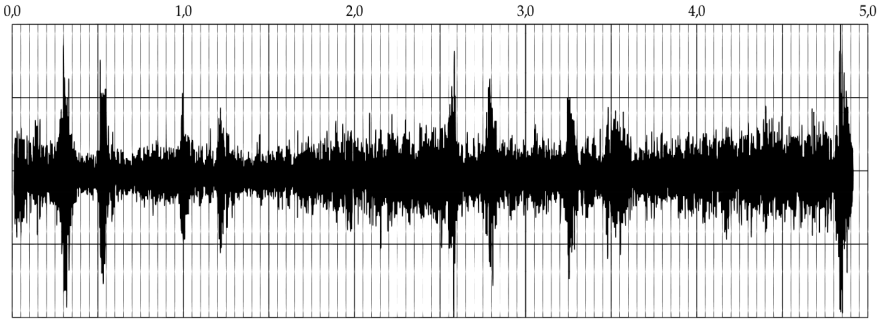
«Ты-дым, ты-дым»

Задача 3. [МОШ 2020/21, 7 класс, задача 3] Путешествуя на поезде, можно обратить внимание на характерный периодически повторяющийся звук стука колёс, который в письменном виде можно передать примерно так: «Ты-дым, ты-дым». Ниже вы видите схематичный рисунок вагона поезда с указанием некоторых размеров, а также визуализацию короткого фрагмента записи этого звука, сделанной в вагоне поезда (мы не знаем, кто записал, поскольку позаимствовали этот звук на Youtube в видео под названием «8 часов сна под стук колёс» от автора Faktor Zet). Когда мы говорим «визуализация» — то имеем в виду зависимость амплитуды звуковых волн (проще говоря, громкости звука) от времени. Абсолютной тишине на графике соответствует линия, проведённая вдоль горизонтальной оси симметрии рисунка. Точки, лежащие на большом расстоянии по вертикали от этой линии, соответствуют громким звукам, а лежащие вблизи этой линии — тихим. На графике на фоне шума можно различить периодически повторяющиеся двойные пики громкости — это и есть описанные выше «ты-дым, ты-дым». Проанализируйте представленный график и определите как можно точнее скорость поезда и длину рельса.



Пассажирский вагон. Размеры указаны в мм.



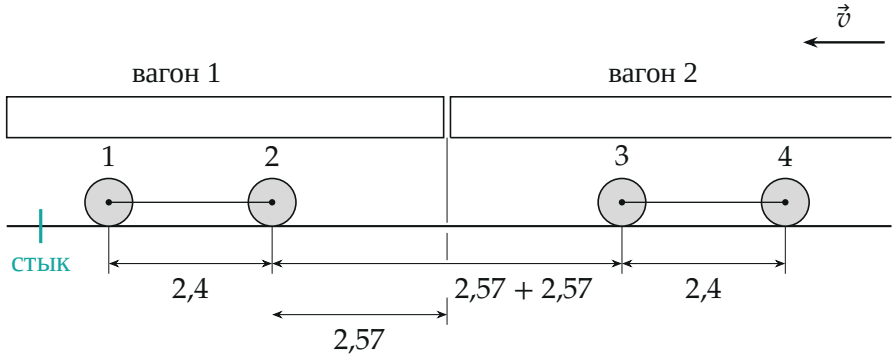
Запись звука стука колёс поезда: по горизонтальной шкале — время в секундах.

▲ **Решение. Что происходит.** Стук рождается, когда колесо переезжает стык двух рельсов. Громче всего слышны колёса, ближайшие к микрофону: две колёсные пары тележки под концом своего вагона и две пары тележки соседнего вагона. Стык проходит под осями по очереди: «ты» — первая ось тележки, «дым» — вторая, через расстояние 2,4 м. Затем тот же стык проходит под тележкой соседнего вагона — второй «ты-дым». Следующий стык приходит через длину рельса L, и всё повторяется. Это задача на равномерное движение: $\Delta t = \Delta x / v$ для каждой пары событий.

Обозначения. v — скорость поезда; L — длина рельса; $b = 2{,}4$ м — расстояние между осями тележки (база); $c = 2{,}57$ м — от крайней оси до торца вагона; τ — время между пиками «ты» и «дым»; T — период повторения всей картины.

1. Где стоят оси. По рисунку вагона оси тележки разнесены на $b = 2{,}4$ м, а крайняя ось отстоит от торца на $c = 2{,}57$ м. У двух соседних вагонов задняя тележка первого и передняя тележка второго стоят рядом: между их ближайшими осями $2c = 5{,}14$ м (зазор сцепки мал). Отсчитаем координаты четырёх осей у стыка вагонов от первой из них:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = b = 2{,}4\,\text{м}, \quad x_3 = b + 2c = 7{,}54\,\text{м}, \quad x_4 = 2b + 2c = 9{,}94\,\text{м}.$$



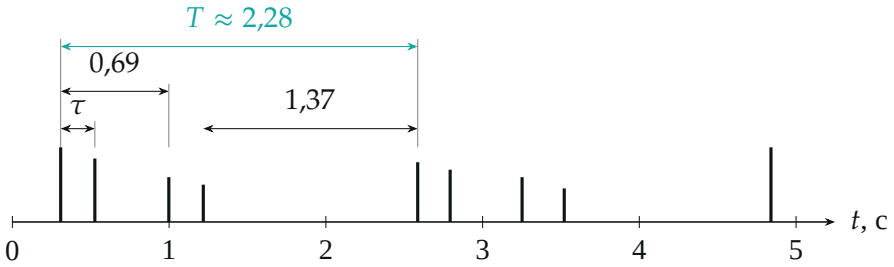
Тележки у стыка двух вагонов (размеры в метрах). Стык рельсов (бирюзовая риска) проходит под четырьмя осями по очереди — две пары «ты-дым».

2. Отсчёты по записи. Цена мелкого деления шкалы времени — 0,05 с. Самые высокие пики:

группа	ты	дым	ты	дым
1	0,31	0,53	1,00	1,22
2	2,59	2,79	3,25	3,52

(с).

Картина повторяется: в каждой группе два «ты-дым» с промежутком около 0,7 с, а от последнего «дым» группы до первого «ты» следующей — около 1,4 с; в конце записи (4,84 с) начинается третья группа.



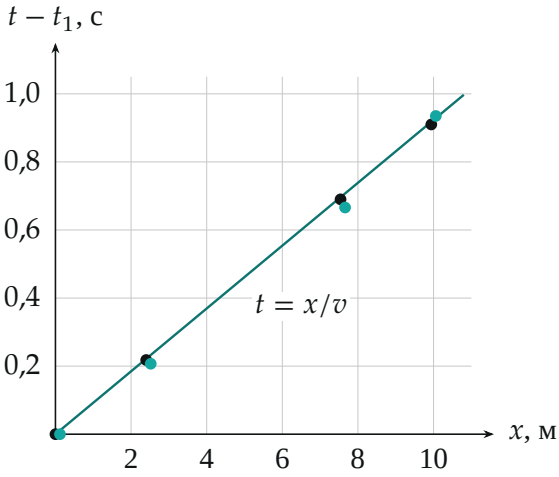
Пики записи на оси времени (высота риски — примерно громкость): внутри «ты-дым» $\tau \approx 0{,}22$ с, между тележками $\approx 0{,}69$ с, период $T \approx 2{,}28$ с.

3. Скорость. Поезд едет равномерно, поэтому время между пиками пропорционально расстоянию между осями: $t_i - t_1 = x_i/v$. Внутри «ты-

дым» $\tau = b/v$; по трём чётким парам $\tau = 0{,}218;\ 0{,}220;\ 0{,}207$ с, в среднем 0,215 с:

$$v = \frac{b}{\tau} = \frac{2{,}4\text{ м}}{0{,}215\text{ с}} \approx 11{,}2\text{ м/с} \approx 40\text{ км/ч}.$$

Точнее использовать все четыре оси сразу: отложим момент пика $t_i - t_1$ против координаты оси x_i — точки ложатся на прямую с наклоном $1/v$ (рисунок). Наклон, подобранный методом наименьших квадратов по восьми точкам двух групп, 0,0923 с/м, откуда $v \approx 10{,}8$ м/с ≈ 39 км/ч.



Время пика после первого «ты» группы в зависимости от координаты оси: группа 1 — чёрные точки, группа 2 — бирюзовые. Прямая $t = x/v$ при $v = 10{,}8$ м/с.

4. Длина рельса. Одна и та же ось проходит следующий стык через время $T = L/v$. Сдвиг между одинаковыми пиками двух групп: 2,278; 2,267; 2,254; 2,303 с, в среднем $T \approx 2{,}28$ с. Тогда

$$L = vT \approx 10{,}8\text{ м/с} \cdot 2{,}28\text{ с} \approx 25\text{ м}.$$

Так и есть: стандартный рельс в России — 25 м.

Обратите внимание. Двойных пиков в каждой группе два, и они от разных тележек. Если принять за «ты-дым» соседние «дым» и «ты» раз-

ных тележек или взять пики через один, получится промежуток 0,47 с вместо 0,22 с и совсем другая скорость. Проверить себя можно по расстоянию между тележками: 0,69 с должно соответствовать $x_3 = 7{,}54$ м, и $7{,}54/0{,}69 \approx 10{,}9$ м/с — то же.

Ответ. $v = \dfrac{b}{\tau} = \dfrac{2{,}4\text{ м}}{0{,}22\text{ с}} \approx 11$ м/с ≈ 40 км/ч (с точностью ± 5 км/ч); $L = vT \approx 25$ м (± 3 м).

Проверка. Размерность: м/с·с = м. Три независимых промежутка дают одну скорость: $2{,}4/0{,}215 = 11{,}2$, $7{,}54/0{,}69 = 10{,}9$, $9{,}94/0{,}91 = 10{,}9$ м/с. Промежуток между группами 1,59 с должен соответствовать $L - x_3$: $10{,}8 \cdot 1{,}59 + 7{,}54 \approx 24{,}7$ м — снова около 25 м.

Смысл: запись стука — это точные часы, а размеры вагона — линейка; вместе они дают и скорость, и длину рельса.

Ответ. Скорость ≈ 40 км/ч (11 м/с, точность ± 5 км/ч), длина рельса ≈ 25 м (± 3 м).