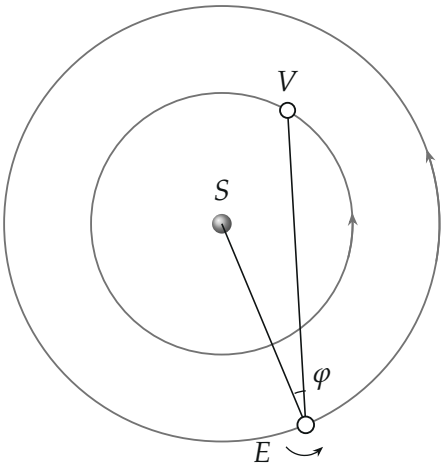
Элонгация Венеры

Задача 2. [МОШ 2020/21, 9 класс, задача 2] Наблюдениям за планетой Венера с Земли мешает её близость на небе к Солнцу. Угол φ (см. рис.) между направлениями с Земли (E) на планету, в данном случае на Венеру (V), и на Солнце (S) называется *элонгацией*; она бывает восточной и западной в зависимости от расположения планеты на небесной сфере относительно Солнца. Венеру в наибольшей западной элонгации можно наблюдать перед рассветом, а в наибольшей восточной — сразу после заката Солнца. Считается, что планета располагается западнее Солнца, если она появляется на небе раньше него.



Наибольшее значение элонгации составляет около 46,5°, последний раз близкие значения наблюдались с 11 по 14 августа 2020 года, причем Венера была видна на рассвете. Орбиты Земли и Венеры можно считать круговыми и лежащими в одной плоскости. Все планеты вращаются вокруг Солнца в одном направлении, Земля вращается вокруг своей оси в ту же сторону. Отклонение земной оси от перпендикуляра к плоскости вращения планет в данной задаче несущественно.

1. Найдите расстояние от Венеры до Солнца, если расстояние от Земли до Солнца равно 150 млн км.

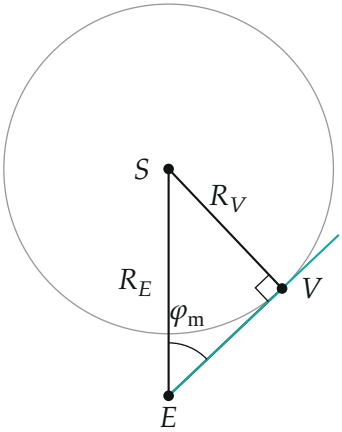
2. Когда примерно можно ожидать следующий наиболее подходящий для наблюдения Венеры момент?

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на геометрию орбит и законы Кеплера. Элонгация — угол при Земле в треугольнике «Солнце — Земля — Венера». Он наибольший, когда луч зрения с Земли касается орбиты Венеры. Чтобы найти, когда это повторится, перейдём в систему отсчёта, вращающуюся вместе с Землёй вокруг Солнца: в ней Земля и Солнце неподвижны, а Венера равномерно обходит свою орбиту с разностью угловых скоростей планет. Периоды обращения связывает третий закон Кеплера.

Обозначения. $R_E = 150$ млн км, R_V — радиусы орбит Земли и Венеры; $\varphi_\text{m} = 46{,}5^\circ$ — наибольшая элонгация; $T_E = 365{,}25$ сут, T_V — периоды обращения (сидерические); T_c — синодический период (время между одинаковыми взаимными положениями); θ — угол ESV при Солнце.

Пункт 1.

1. Когда элонгация наибольшая. Из Земли проведём прямые ко всем точкам орбиты Венеры. Угол между направлением на Солнце (центр окружности) и направлением на точку окружности наибольший, когда прямая касается окружности: дальше точек нет. Касательная перпендикулярна радиусу, поэтому в треугольнике SVE угол при V прямой.



Наибольшая элонгация: луч EV касается орбиты Венеры, угол SVE прямой. Пропорции — для найденного $R_V/R_E = 0{,}725$.

2. Радиус орбиты Венеры. В прямоугольном треугольнике SVE катет SV противолежит углу φ_m, гипотенуза SE:

$$R_V = R_E \sin\varphi_\text{m} = 150 \cdot \sin 46{,}5^\circ \text{ млн км} \approx 109 \text{ млн км}.$$

Пункт 2.

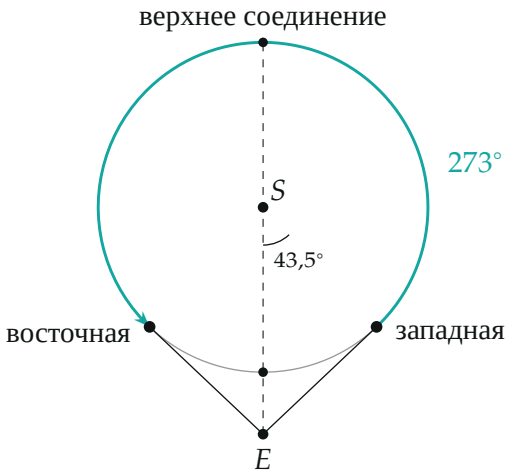
3. Период Венеры. Третий закон Кеплера для двух планет одного Солнца: $T^2 \propto R^3$,

$$T_V = T_E\Big(\frac{R_V}{R_E}\Big)^{3/2} = 365{,}25 \cdot 0{,}725^{3/2} \text{ сут} \approx 226 \text{ сут}.$$

4. Синодический период. В системе отсчёта, вращающейся вместе с линией «Солнце — Земля», Венера обходит Солнце с угловой скоростью, равной разности угловых скоростей планет (движутся в одну сторону, Венера быстрее):

$$\frac{2\pi}{T_\text{c}} = \frac{2\pi}{T_V} - \frac{2\pi}{T_E} \quad\Rightarrow\quad T_\text{c} = \frac{T_E T_V}{T_E - T_V} = \frac{365{,}25 \cdot 225{,}6}{365{,}25 - 225{,}6} \text{ сут} \approx 590 \text{ сут}.$$

5. От западной элонгации до восточной. В наибольшей элонгации угол при Солнце $\theta = 90^\circ - \varphi_\text{m} = 43{,}5^\circ$. Венера движется быстрее Земли и в нашей вращающейся системе обходит орбиту против часовой стрелки (как планеты). Порядок такой: нижнее соединение ($\theta = 0$, Венера между Солнцем и Землёй) → западная элонгация ($\theta = 43{,}5^\circ$, утренняя видимость — так было в августе 2020) → верхнее соединение ($\theta = 180^\circ$, Венера за Солнцем) → восточная элонгация ($\theta = 360^\circ - 43{,}5^\circ$, вечерняя видимость) → снова нижнее соединение.

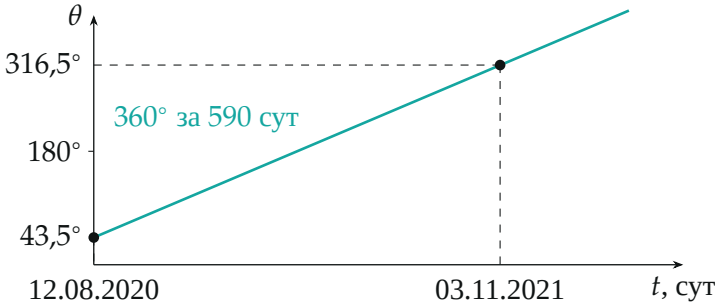


Система отсчёта, вращающаяся с Землёй: Солнце и Земля неподвижны, Венера идёт против часовой стрелки. От западной элонгации до восточной она проходит бирюзовую дугу $360^\circ - 2 \cdot 43{,}5^\circ = 273^\circ$ *через верхнее соединение.*

Между западной и следующей восточной элонгацией Венера проходит в этой системе дугу $\Delta\theta = 360^\circ - 2 \cdot 43{,}5^\circ = 273^\circ$. Движение равномерное, поэтому время пропорционально дуге:

$$\Delta t = \frac{273^\circ}{360^\circ} T_\text{с} \approx 0{,}758 \cdot 590 \text{ сут} \approx 448 \text{ сут}.$$

6. Дата. От середины интервала 11–14 августа 2020 года (12–13 августа) отсчитаем 448 суток: до 12 августа 2021 года — 365 суток, ещё 83 дня — это начало ноября 2021 года (около 3 ноября). Венера будет в наибольшей восточной элонгации и видна вечером после заката. Следующая западная, утренняя, элонгация — только через полный синодический период, в конце марта 2022 года.



Угол θ во вращающейся системе растёт равномерно. Западная элонгация — 43,5°, восточная — 316,5°, между ними 448 суток.

Обратите внимание. Пользоваться нужно синодическим периодом, а не периодом Венеры 226 сут: элонгация определяется взаимным положением Земли и Венеры. И «следующий удобный момент» — ближайшая наибольшая элонгация, восточная (вечерняя), а не повторение утренней.

Ответ. 1) $R_V = R_E \sin \varphi_{\text{m}} \approx 109$ млн км; 2) через $\Delta t = (273°/360°)\, T_{\text{c}} \approx$ 448 сут, в начале ноября 2021 года (около 3 ноября), вечером после заката.

Проверка. Табличные значения: $R_V = 108$ млн км, $T_V = 225$ сут, синодический период Венеры 584 сут — наши числа отличаются примерно на 1 % (орбиты не строго круговые). На деле наибольшая восточная элонгация Венеры была 29 октября 2021 года — в пределах недели от оценки. Размерности: отношение углов безразмерно, T_{c} — в сутках.

Смысл: Венера видна лучше всего на краях своей «качели» около Солнца, и смена утренней видимости вечерней занимает около полутора лет.

Ответ. 1) $R_V \approx 109$ млн км; 2) в начале ноября 2021 года (около 3 ноября), наибольшая восточная элонгация, вечером.