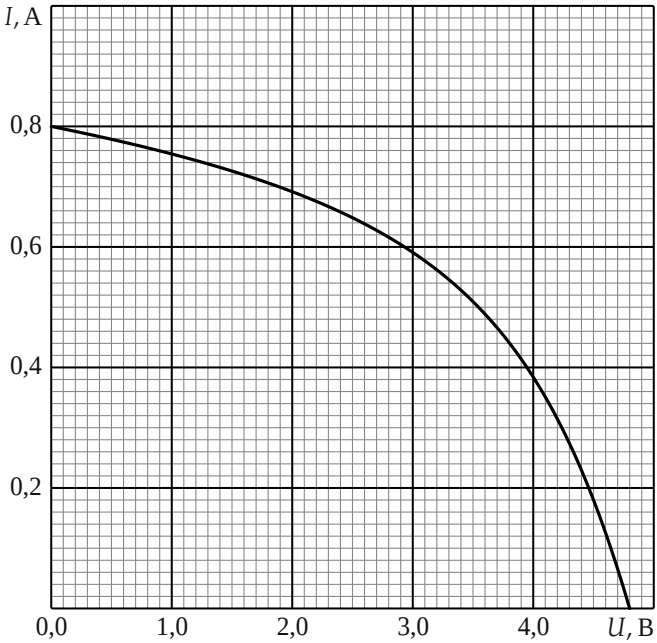
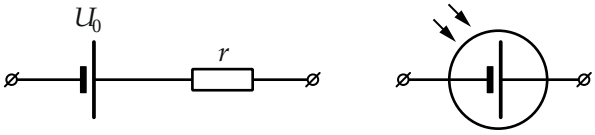
Источники

Задача 5. [МОШ 2021/22, 10 класс, задача 5] На графике, приведённом ниже, можно видеть вольт-амперную характеристику специального источника напряжения — зависимость силы тока I через этот источник от разности потенциалов U положительного и отрицательного полюсов.



ВАХ источника, изображённая на графике, похожа на ВАХ солнечной батареи, поэтому далее мы называем этот источник солнечным, а на схеме ниже обозначаем его батарейкой в круге. Другой источник напряжения (далее называем его обычным) состоит из идеальной батарейки с напряжением $U_0 = 2{,}4$ В между выводами и резистора сопротивлением $r = 3$ Ом, как показано на рисунке слева.



Солнечный и обычный источники можно соединить параллельно или последовательно (разными способами), тогда получится новый источник напряжения. Чему равен ток короткого замыкания этого нового источника? Если к нему подключить резистор сопротивлением $R = 1$ кОм, то чему будет равно напряжение на этом резисторе? Рассмотрите все возможные случаи.

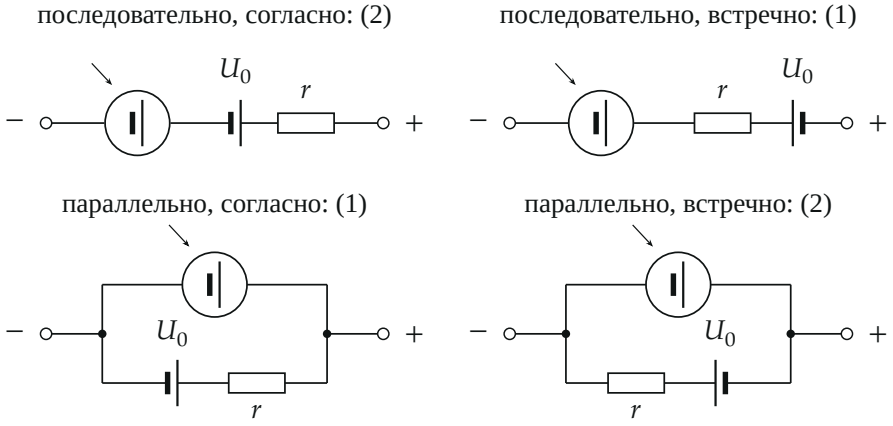
▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на нелинейные цепи: ВАХ солнечного источника задана графиком, формулы для неё нет, поэтому всё решается графически. Каждый источник описываем одинаково — зависимостью тока I, который он отдаёт во внешнюю цепь (выходит из плюса), от напряжения U между плюсом и минусом. При последовательном соединении ток через оба источника один, а напряжения складываются; при параллельном одно напряжение, а складываются токи. Способов соединения четыре: последовательно и параллельно, и в каждом обычный источник можно включить согласно (плюс к плюсу по ходу цепи) или встречно.

Обозначения. $I = f(U)$ — ВАХ солнечного источника (график условия): $f(0) = 0{,}8$ А — его ток короткого замыкания, $f(U) = 0$ при $U \approx 4{,}8$ В — напряжение холостого хода. $U(I)$ — обратная зависимость (напряжение солнечного источника при токе I). Индексы (1) и (2) у ответов — как у организаторов: «пос. (1)» — последовательно встречно, «пос. (2)» — последовательно согласно, «пар. (1)» — параллельно согласно, «пар. (2)» — параллельно встречно.

1. ВАХ обычного источника. Закон Ома для участка цепи с батарейкой: когда из плюса выходит ток I, на резисторе теряется Ir, и между выводами

$$U = U_0 - Ir \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{U_0 - U}{r}.$$

Это прямая от $(0;\ 0{,}8\ \text{А})$ до $(U_0 = 2{,}4\ \text{В};\ 0)$: ток короткого замыкания $U_0/r = 0{,}8$ А у обычного источника такой же, как у солнечного. Формула верна при любом знаке I: если ток входит в плюс ($I < 0$), то $U = U_0 + |I|r$.



Четыре способа соединения. Выводы нового источника — кружки; его плюс — справа (там плюс солнечного источника, длинная черта).

2. Последовательно, согласно — «пос. (2)». Ток I общий, напряжения складываются:

$$U_{\text{нов}} = U(I) + U_0 - Ir.$$

Короткое замыкание, $U_{\text{нов}} = 0$: $U(I) = Ir - U_0 = 3I - 2{,}4$. Левая часть неотрицательна на всём графике, правая неотрицательна только при $I \geqslant 0{,}8$ А. Единственная общая точка — $I = 0{,}8$ А: при этом токе оба источника сами в режиме короткого замыкания, $U(0{,}8) = 0$ и $U_0 - 0{,}8 \cdot 3 = 0$. Значит, $I^{(2)}_{\text{пос}} = 0{,}8$ А.

Нагрузка $R = 1$ кОм. Ток не больше 7,2 В/1000 Ом ≈ 7 мА — в сто раз меньше токов короткого замыкания, оба источника почти на холостом ходу: $U(I) \approx 4{,}8$ В, $Ir \approx 0{,}02$ В. Поэтому $U^{(2)}_{\text{пос}} \approx 4{,}8 + 2{,}4 = 7{,}2$ В (точный расчёт по графику даёт 7,17 В).

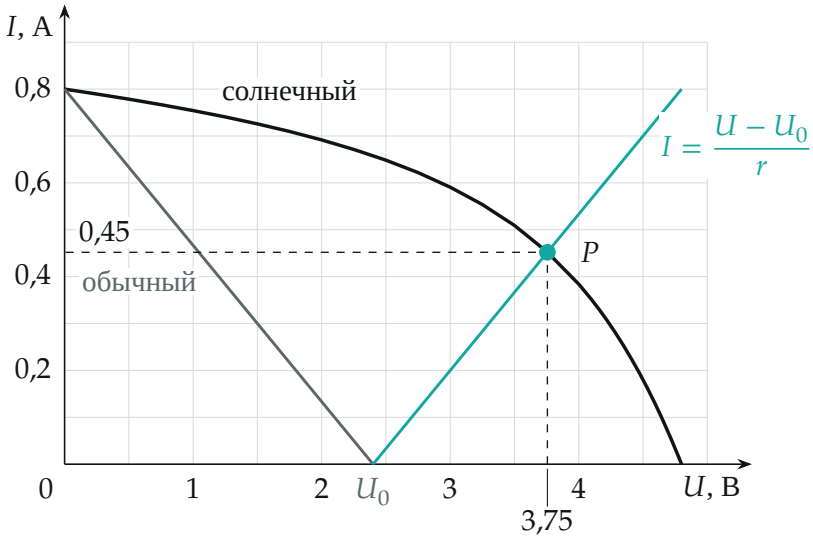
3. Последовательно, встречно — «пос. (1)». Солнечный источник сильнее (4,8 > 2,4 В), он и задаёт направление тока: ток выходит из его плюса и входит в плюс обычного источника. Для обычного это ток $-I$, и его напряжение $U_0 + Ir$ вычитается:

$$U_{\text{нов}} = U(I) - U_0 - Ir.$$

Короткое замыкание: $U(I) = U_0 + Ir$, или

$$f(U) = \frac{U - U_0}{r}.$$

Решение — точка пересечения графика $f(U)$ с прямой $I = (U - U_0)/r$, проходящей через (2,4 В; 0) и (4,8 В; 0,8 А). По графику это точка P: $U \approx 3{,}75$ В, $I \approx 0{,}45$ А. Итак, $I^{(1)}_{\text{пос}} \approx 0{,}45$ А.



ВАХ солнечного источника (чёрная), обычного источника (серая) и прямая $I = (U - U_0)/r$ (бирюзовая). Их пересечение P даёт сразу два ответа: ток короткого замыкания встречного последовательного соединения и напряжение согласного параллельного при почти нулевом токе нагрузки.

Нагрузка R. Ток снова миллиамперы, $U^{(1)}_{\text{пос}} \approx 4{,}8 - 2{,}4 = 2{,}4$ В (по графику 2,38 В, ток 2,4 мА).

4. Параллельно, согласно — «пар. (1)». Напряжение U общее, токи складываются:

$$I_{\text{нов}} = f(U) + \frac{U_0 - U}{r}.$$

Короткое замыкание, $U = 0$: $I^{(1)}_{\text{пар}} = 0{,}8 + 0{,}8 = 1{,}6$ А.

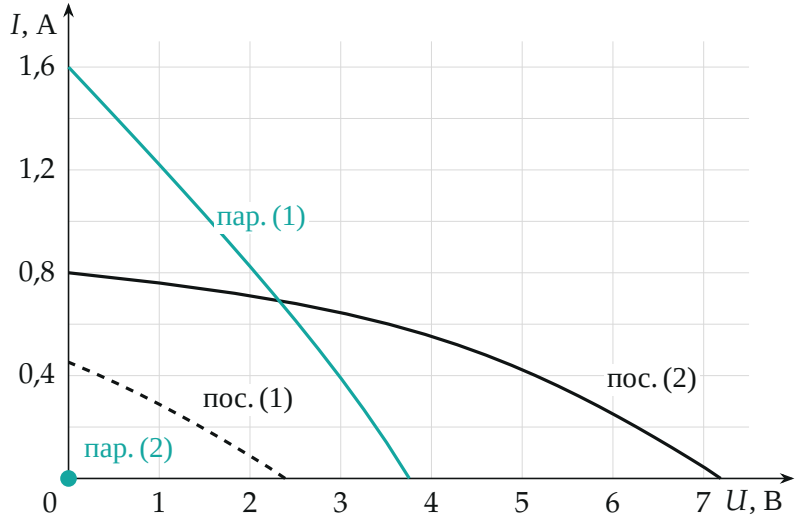
Нагрузка R. Через R идёт $I_{\text{нов}} = U/R$, при $U \sim 4$ В это 4 мА — пренебрежимо по сравнению с токами источников, и условие $I_{\text{нов}} \approx 0$ даёт $f(U) = \dfrac{U - U_0}{r}$ — то же уравнение, что в пункте 3, та же точка P: $U_{\text{пар}}^{(1)} \approx 3{,}75$ В. Здесь солнечный источник заряжает обычный: в батарейку втекает ток $\approx 0{,}45$ А. Учёт тока через R сдвигает ответ меньше чем на 0,01 В.

5. Параллельно, встречно — «пар. (2)». Плюс обычного источника соединён с минусом солнечного, поэтому при напряжении U на солнечном у обычного напряжение $-U$, и он отдаёт ток $(U_0 + U)/r$ — в обратную сторону. Ток нового источника

$$I_{\text{нов}} = f(U) - \frac{U_0 + U}{r} = f(U) - 0{,}8 - \frac{U}{r}.$$

Короткое замыкание, $U = 0$: $I_{\text{пар}}^{(2)} = 0{,}8 - 0{,}8 = 0$. Ток 0,8 А циркулирует по кольцу из двух источников, а в перемычку не идёт.

Нагрузка R. При $U > 0$ имеем $f(U) \leqslant 0{,}8$ А, значит, $I_{\text{нов}} < 0$ — ток через нагрузку шёл бы в сторону, противоположную той, которую требует закон Ома $I = U/R > 0$. Согласовать можно только $U = 0$: $U_{\text{пар}}^{(2)} = 0$. Источники замыкают друг друга накоротко, внешней цепи ничего не достаётся.



ВАХ четырёх новых источников, построенные по точкам: пос. (2) — сплошная чёрная, пос. (1) — штриховая, пар. (1) — бирюзовая, пар. (2) — одна точка $(0;\,0)$. *Ток короткого замыкания — пересечение с осью* I; *нагрузочная прямая* $I = U/R$ *при* $R = 1$ *кОм практически совпадает с осью* U, *поэтому напряжение на* R *— пересечение с осью* U.

Обратите внимание. Ток короткого замыкания пос. (1) и напряжение пар. (1) — одна и та же точка P графика. У организаторов в ответе $I_{\text{пос}}^{(1)} = (0{,}425 \pm 0{,}015)$ А, но при $I = 0{,}425$ А солнечный источник имеет $U \approx 3{,}86$ В, а $U_0 + Ir = 3{,}68$ В — равенства нет; при их же $U_{\text{пар}}^{(1)} = 3{,}75$ В из графика $I = 0{,}45$ А. По векторному графику из PDF организаторов $P = (3{,}757\text{ В};\ 0{,}452\text{ А})$, вне их допуска 0,41–0,44 А; в ответе переставлены цифры: $0{,}452 \to 0{,}425$. Верно 0,45 А.

Проверка. Размерности: U_0/r — амперы, Ir — вольты. Точка P лежит на прямой: $(3{,}75 - 2{,}4)/3 = 0{,}45$ А. Мощность в пар. (1) без нагрузки: солнечный источник отдаёт $3{,}75 \cdot 0{,}45 \approx 1{,}7$ Вт, батарейка принимает $2{,}4 \cdot 0{,}45 \approx 1{,}08$ Вт, резистор r греется на $0{,}45^2 \cdot 3 \approx 0{,}61$ Вт; $1{,}08 + 0{,}61 \approx 1{,}7$ Вт — баланс сходится. Встречное включение двух одинаковых по току короткого замыкания источников в параллель даёт ноль — разумно: каждый «замыкает» другой.

Смысл: у последовательного соединения складываются напряжения, поэтому согласное включение даёт наибольшее напряжение на нагрузке

(7,2 В), а у параллельного складываются токи, поэтому согласное включение даёт наибольший ток короткого замыкания (1,6 А).

Ответ. Токи короткого замыкания: последовательно встречно $I_{\text{пос}}^{(1)} \approx 0{,}45$ А, последовательно согласно $I_{\text{пос}}^{(2)} = 0{,}8$ А, параллельно согласно $I_{\text{пар}}^{(1)} = 1{,}6$ А, параллельно встречно $I_{\text{пар}}^{(2)} = 0$. Напряжения на резисторе $R = 1$ кОм: $U_{\text{пос}}^{(1)} \approx 2{,}4$ В, $U_{\text{пос}}^{(2)} \approx 7{,}2$ В, $U_{\text{пар}}^{(1)} \approx 3{,}75$ В, $U_{\text{пар}}^{(2)} = 0$.