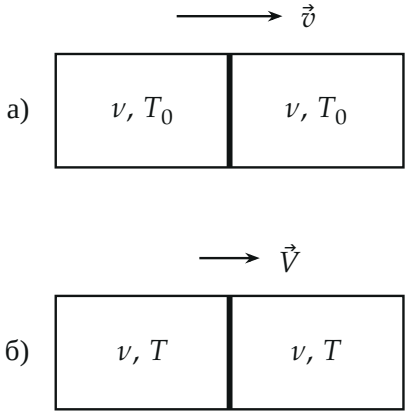
В сосуде с поршнем

Задача 2. [МОШ 2023/24, отборочный этап, 11 класс, задача 2] Герметичный цилиндрический теплоизолированный сосуд массой M разделён на две одинаковые части тонким теплопроводящим поршнем массой M, который может скользить вдоль оси сосуда без трения. В начальный момент в каждой из частей сосуда находится в состоянии теплового равновесия ν молей идеального одноатомного газа при температуре T_0. Сосуд покоится в некоторой инерциальной системе отсчёта в космосе вдали от других тел. Сосуду толчком сообщают скорость v, направленную вдоль его оси. После затухания колебаний поршня в сосуде температура газа изменяется на ΔT. Найдите отношение $n = \dfrac{\Delta T}{T_0}$ изменения температуры в сосуде к начальной температуре, если параметры задачи связаны соотношением $Mv^2 = 2\nu RT_0$, где R — универсальная газовая постоянная. В ответе на вопрос задачи укажите номер столбца таблицы, в котором стоит значение, наиболее близкое к найденному вами.

№	1	2	3	4	5	6
n	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,50

▲ **Решение.** **Что происходит.** Толчок получает только сосуд: поршень и газ в этот момент покоятся. Сосуд начинает тянуть поршень через газ, поршень колеблется, и из-за вязкости газа колебания затухают. Когда они затихли, сосуд, поршень и газ движутся как одно тело. Система замкнута, поэтому сохраняются импульс и полная энергия; часть кинетической энергии при затухании превращается во внутреннюю энергию газа. Главная идея: тепло = потеря кинетической энергии при «слипании» сосуда с поршнем. Массой газа пренебрегаем: в условии она не задана.

Обозначения. v — скорость сосуда после толчка, V — общая скорость после затухания колебаний, Q — энергия, перешедшая во внутреннюю энергию газа, 2ν — число молей газа во всём сосуде.



а) сразу после толчка: сосуд (масса M) движется со скоростью v, поршень (масса M) и газ покоятся; б) после затухания колебаний всё движется со скоростью V, газ нагрет до T

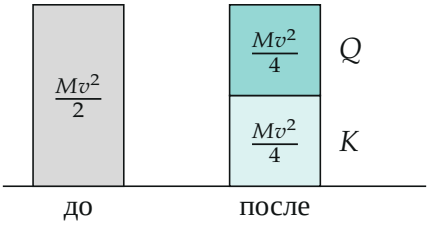
1. Закон сохранения импульса. Система сосуд + поршень + газ замкнута (внешних сил в космосе нет), поэтому её импульс при затухании колебаний не меняется. Сразу после толчка импульс равен Mv, в конце — $2MV$ (масса сосуда плюс масса поршня):

$$Mv = 2MV \;\Rightarrow\; V = \frac{v}{2}.$$

2. Закон сохранения энергии. Сосуд теплоизолирован, трения о внешние тела нет, поэтому полная энергия системы сохраняется: кинетическая энергия до затухания равна кинетической после затухания плюс приращение внутренней энергии газа,

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{2MV^2}{2} + Q \;\Rightarrow\; Q = \frac{Mv^2}{2} - \frac{Mv^2}{4} = \frac{Mv^2}{4}.$$

Обратите внимание: в тепло переходит не вся начальная кинетическая энергия, а только та её часть, что связана с движением частей друг относительно друга; энергия движения центра масс всей системы $\frac{2MV^2}{2} = \frac{Mv^2}{4}$ остаётся. Это видно и в системе центра масс: там до затухания энергия $\frac{Mv^2}{4}$, после — ноль.



Баланс энергии: после затухания половина исходной кинетической энергии осталась в движении всей системы (K), половина стала внутренней энергией газа (Q)

3. Нагрев газа. Внутренняя энергия 2ν молей одноатомного газа равна $\frac{3}{2}(2\nu)RT = 3\nu RT$. Её приращение равно Q (газ при затухании колебаний работы не совершает: в конце поршень в равновесии, объёмы частей прежние по симметрии, а теплопроводящий поршень выравнивает температуры):

$$3\nu R\,\Delta T = \frac{Mv^2}{4} = \frac{2\nu RT_0}{4} = \frac{\nu RT_0}{2} \;\Rightarrow\; n = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{1}{6} \approx 0{,}167.$$

Ближе всего к 0,167 значение 0,15 (разница 0,017; до 0,20 — 0,033). Это столбец 2.

Проверка. Размерность: νRT_0 — энергия, Mv^2 — энергия, n безразмерно. Предел: если поршень не имеет массы, потеря энергии была бы нулевой (поршень тянулся бы вместе с газом без колебаний), и $n \to 0$; здесь же потеря составляет половину исходной кинетической энергии: $Q/(Mv^2/2) = 1/2$ — как при абсолютно неупругом столкновении двух одинаковых масс.

Смысл: затухающие колебания поршня нагревают газ так же, как неупругий удар нагревает тела.

Ответ. $n = \frac{1}{6} \approx 0{,}17$; ближе всего значение 0,15 — столбец 2.