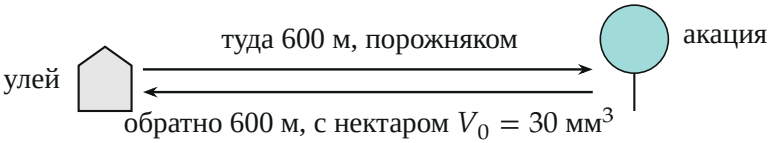
Акациевый мёд

Задача 2. [МОШ 2023/24, заключительный этап, 8 класс, задача 2] На расстоянии 600 м от пчелиного улья растёт акация, откуда каждая пчела переносит в улей 30 мм^3 нектара за один полёт. При производстве мёда пчёлы испаряют часть содержащейся в нектаре воды, составляющей 60% его массы. В результате содержание воды в мёде уменьшается до 20% от его массы. Пчёлы получают энергию, необходимую для испарения воды, употребляя часть принесённого нектара. За 10 дней цветения пчелиная семья произвела 20 кг мёда. Определите среднюю мощность, затрачиваемую пчёлами только на испарение воды. Какое общее расстояние пролетели пчёлы, собирая нектар и перенося его в улей? Плотность нектара равна 1,2 г/см^3. Известно, что 1 кг нектара обеспечивает пчёлам 6,0 МДж энергии, а для испарения 1 кг воды пчёлам требуется затратить 2,4 МДж энергии. Считайте, что от улья до акации и обратно пчёлы летают по прямой.



Поясняющий рисунок: один полёт пчелы — 1200 м туда и обратно, в улей приносится 30 мм^3 нектара.

▲ **Решение. Что происходит.** Мёд — это нектар, из которого выпарили часть воды. «Сухое вещество» (сахара) при этом не теряется, поэтому по нему легко найти, сколько нектара пошло на мёд и сколько воды испарилось. Энергию на испарение пчёлы берут, съедая ещё часть нектара, — её тоже пришлось принести. Зная всю принесённую массу и массу нектара за один полёт, находим число полётов и путь. Главные законы — сохранение массы сухого вещества и закон сохранения энергии (энергия съеденного нектара идёт на испарение). Класс задачи — оценка с балансом масс и энергии.

Обозначения. $m_м = 20$ кг — мёд; $m_н$ — нектар, превращённый в мёд; $m_и$ — испарённая вода; $m_с$ — съеденный нектар; $m_\Sigma = m_н + m_с$

— весь принесённый нектар; $q = 6{,}0$ МДж/кг — энергия 1 кг нектара; $r = 2{,}4$ МДж/кг — затраты на испарение 1 кг воды; $\tau = 10$ сут; N — число полётов.

1. Сухое вещество. В мёде воды 20 %, сухого вещества 80 %:

$$m_{\text{сух}} = 0{,}8 \cdot 20 \text{ кг} = 16 \text{ кг}.$$

В нектаре сухого 40 %, а при выпаривании его масса не меняется:

$$0{,}4\, m_{\text{н}} = 16 \text{ кг} \quad \Rightarrow \quad m_{\text{н}} = 40 \text{ кг}.$$

2. Испарённая вода. В 40 кг нектара было $0{,}6 \cdot 40 = 24$ кг воды, в мёде осталось $0{,}2 \cdot 20 = 4$ кг (рис. 2):

$$m_{\text{и}} = 24 - 4 = 20 \text{ кг}.$$

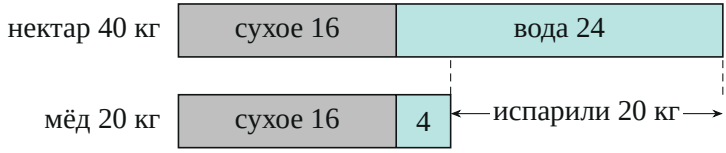


Рис. 2. Баланс масс: сухое вещество сохраняется, испаряется 20 кг воды.

3. Мощность испарения. На испарение нужно

$$E = r\, m_{\text{и}} = 2{,}4 \cdot 10^6 \, \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 20 \text{ кг} = 48 \text{ МДж}.$$

Средняя мощность за $\tau = 10 \cdot 24 \cdot 3600$ с $= 8{,}64 \cdot 10^5$ с:

$$P = \frac{E}{\tau} = \frac{48 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{8{,}64 \cdot 10^5 \text{ с}} \approx 56 \text{ Вт}.$$

4. Сколько нектара съели. Энергия съеденного нектара идёт на испарение (рис. 3):

$$q\, m_{\text{с}} = E \quad \Rightarrow \quad m_{\text{с}} = \frac{48 \text{ МДж}}{6{,}0 \text{ МДж/кг}} = 8 \text{ кг}.$$

Всего принесли

$$m_\Sigma = m_н + m_с = 40 + 8 = 48 \text{ кг}.$$

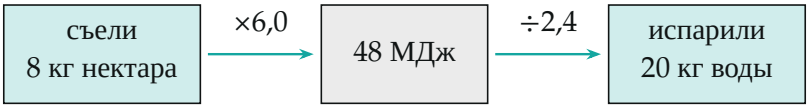


Рис. 3. Баланс энергии: 8 кг съеденного нектара дают 48 МДж — ровно столько нужно на 20 кг воды (числа — в МДж/кг).

5. Число полётов и путь. За один полёт пчела приносит массу $\rho V_0 = 1200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 30 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3 = 3{,}6 \cdot 10^{-5}$ кг. Полётов

$$N = \frac{m_\Sigma}{\rho V_0} = \frac{48 \text{ кг}}{3{,}6 \cdot 10^{-5} \text{ кг}} \approx 1{,}33 \cdot 10^6.$$

Каждый полёт — $2 \cdot 600 = 1200$ м (туда и обратно, поясняющий рисунок), путь всех пчёл

$$s = N \cdot 1200 \text{ м} = 1{,}33 \cdot 10^6 \cdot 1200 \text{ м} \approx 1{,}6 \cdot 10^9 \text{ м}.$$

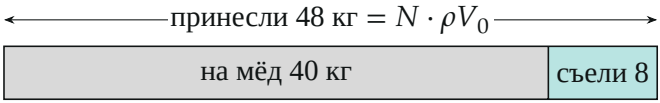


Рис. 4. Весь принесённый нектар: 40 кг ушло в мёд, 8 кг пчёлы съели ради энергии испарения.

Обратите внимание. Принести пришлось не 40 кг, а 48 кг: топливо для испарения тоже везли из акации. И мощность считается только на испарение — энергия полёта в неё не входит.

Ответ матрёшкой. $m_н = \frac{0{,}8m_м}{0{,}4}$, $m_и = 0{,}6m_н - 0{,}2m_м$, $P = \frac{rm_и}{\tau}$, $s = \frac{m_н + rm_и/q}{\rho V_0} \cdot 2l$, где $l = 600$ м.

Проверка. Размерности: $\dfrac{\text{Дж/кг} \cdot \text{кг}}{\text{с}} = \text{Вт}$; $\dfrac{\text{кг}}{\text{кг/м}^3 \cdot \text{м}^3}$ — безразмерное число полётов. Второй способ для воды: в мёде 20 кг, из нектара 40 кг — разница масс 20 кг и есть испарённая вода. Смысл: 56 Вт — мощность небольшой лампочки, а путь $1{,}6 \cdot 10^9$ м — около 40 оборотов вокруг Земли по экватору.

Ответ. $P \approx 56$ Вт; $s \approx 1{,}6 \cdot 10^9$ м.