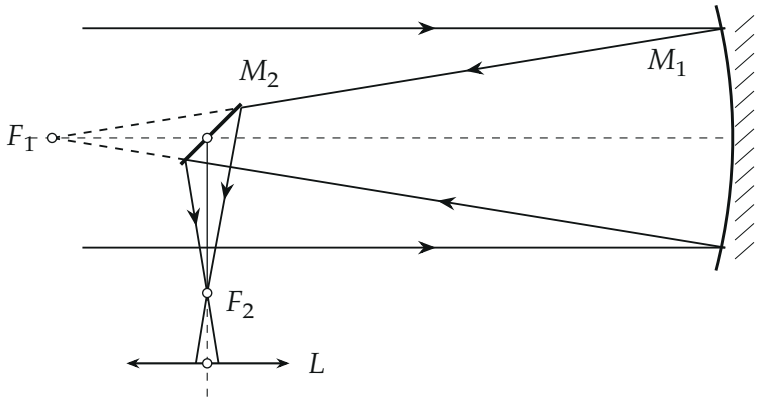
Телескоп-рефлектор Ньютона

Задача 4. [МОШ 2024/25, 11 класс, задача 4] Рефлектор Ньютона — это зеркальный аналог зрительной трубы Кеплера. Вогнутое сферическое зеркало M_1 (см. рисунок, расположенный ниже по тексту), представляющее собой объектив телескопа-рефлектора, формирует в фокальной плоскости действительное изображение небесного светила. Это изображение рассматривается через окуляр L, роль которого играет собирающая линза. На рисунке также можно видеть плоское поворотное зеркало M_2.



Зеркало отклоняет сходящийся отражённый (от вогнутого зеркала) пучок света в сторону. На рисунке схематично показан ход лучей.

1. Пусть радиус сферического зеркала равен R, а фокусное расстояние линзы равно F. Чему равно угловое увеличение прибора?

Указание. Угловым увеличением γ оптических приборов, предназначенных для наблюдения удалённых объектов, называется отношение $\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha}$, где α' — угол, под которым рассматриваемый объект виден в окуляр, α — угол зрения невооружённым глазом с того же расстояния.

2. Один из крупнейших в мире телескоп Специальной астрофизической обсерватории РАН (сделанный по схеме Ньютона) имеет фокусное расстояние объектива $F = 300$ м. Каков максимально допустимый угол $\varphi_{\max}$ качания телескопа, обусловленный вибрациями

фундамента обсерватории, при котором ещё полностью используется разрешающая способность фотоплёнки $\delta = 50$ линий/мм при фотографировании астрономических объектов? При фотографировании плёнка помещается в фокальную плоскость объектива, используется длительная выдержка до нескольких минут.

3. Пусть из-за проходящих рядом с обсерваторией строительных работ телескоп колеблется с амплитудой 10^{-6} рад. Чему будет равен размер изображения на плёнке, если угловой размер источника 10^{-7} рад?

▲ **Решение.** **Что происходит.** Звезда бесконечно далека, и её лучи падают на зеркало параллельным пучком под углом α к оси. Объектив собирает пучок в точку фокальной плоскости; окуляр рассматривает это изображение, как лупа. Плоское зеркало M_2 только складывает ход лучей, чтобы окуляр был сбоку от пучка, на углы и увеличение оно не влияет. Дальше задача — чистая геометрия малых углов, поэтому $\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$.

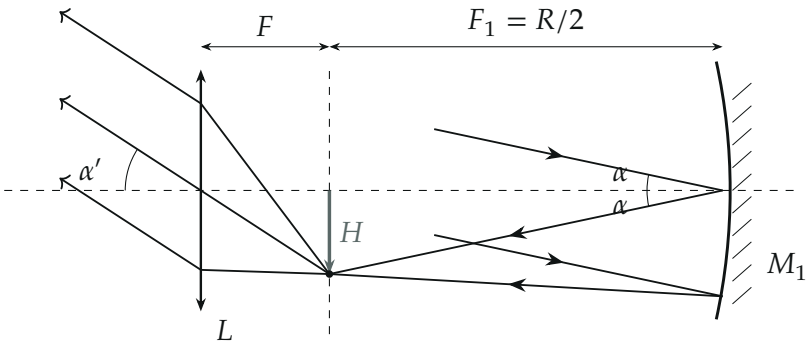
Обозначения. F_1 — фокусное расстояние зеркала-объектива, F — фокусное расстояние окуляра (в пунктах 2 и 3 F — фокусное расстояние объектива, как в условии), H — размер изображения в фокальной плоскости.

Пункт 1.

1. Фокус зеркала. Луч, идущий параллельно оси на малой высоте h, падает на сферическое зеркало под углом h/R к нормали (нормаль — радиус кривизны R). Отражённый луч повёрнут относительно падающего на $2h/R$ и пересекает ось на расстоянии $F_1 = \frac{h}{2h/R} = \frac{R}{2}$ от зеркала.

2. Изображение звезды. Луч, идущий под углом α к оси и попадающий в вершину зеркала, отражается под тем же углом по другую сторону оси. Весь параллельный пучок с углом α собирается в точку фокальной плоскости на высоте $H = F_1 \operatorname{tg}\alpha \approx F_1\alpha$.

3. Окуляр. Окуляр ставят так, чтобы фокальные плоскости объектива и окуляра совпали: изображение лежит в переднем фокусе линзы. Лучи из точки изображения выходят из линзы параллельным пучком, глаз расслаблен. Направление пучка определяет луч через центр линзы, который не преломляется: он идёт под углом $\alpha' \approx H/F$ к оси.



Развёрнутая схема: общий фокус объектива и окуляра, изображение H; пучок падает под углом α, выходит под углом α'

4. Увеличение. Из рисунка

$$\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{H/F}{H/F_1} = \frac{F_1}{F} = \frac{R}{2F}.$$

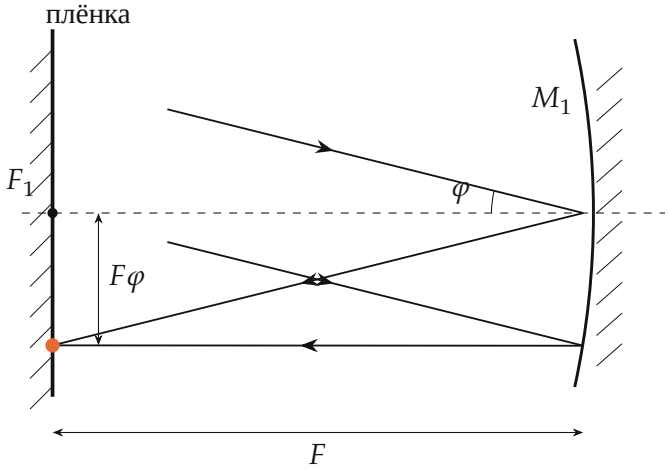
Пункт 2.

1. Что видит плёнка. Качание телескопа на угол φ означает поворот всего прибора вместе с зеркалом и плёнкой (они жёстко связаны с фундаментом). В системе телескопа звезда сместилась по углу на φ, значит её изображение в фокальной плоскости сместилось относительно плёнки на $F\varphi$ (расстояние от зеркала до плёнки — F).

2. Тот же результат вторым способом. В неподвижной системе изображение звезды при повороте зеркала на φ сдвигается на $2F\varphi$ (угол падения и угол отражения растут на φ каждый), но и плёнка, жёстко связанная с зеркалом, смещается на $F\varphi$ в ту же сторону; относительно плёнки остаётся $2F\varphi - F\varphi = F\varphi$.

3. Допустимый угол. Плёнка различает детали размером $1/\delta = 1/(50\ \text{мм}^{-1}) = 0{,}02$ мм. Телескоп качается между крайними положениями на угол φ (угол качания — размах); за выдержку изображение проходит по плёнке путь $F\varphi$, он не должен превышать $1/\delta$:

$$F\varphi_{\max} = \frac{1}{\delta} \implies \varphi_{\max} = \frac{1}{F\delta} = \frac{2\cdot 10^{-5}\ \text{м}}{300\ \text{м}} \approx 6{,}7\cdot 10^{-8}\ \text{рад}.$$



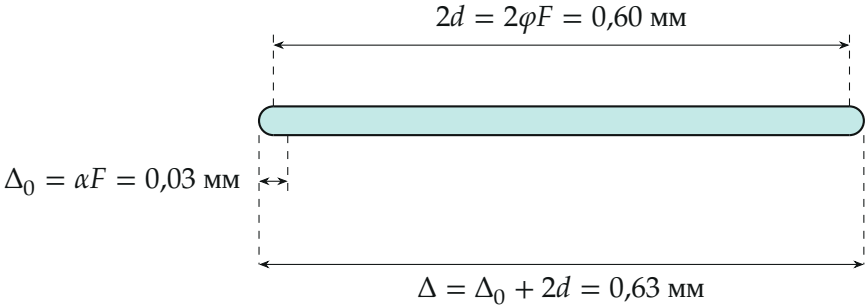
В системе телескопа луч звезды наклонён к оси на φ, изображение смещено по плёнке на $F\varphi$

Пункт 3.

1. Размер изображения без тряски. Источник виден под углом $\alpha = 10^{-7}$ рад, его изображение в фокальной плоскости — круг диаметром $\Delta_0 = \alpha F = 10^{-7} \cdot 300 = 3 \cdot 10^{-5}$ м $= 0{,}03$ мм.

2. Тряска. Телескоп колеблется с амплитудой $\varphi = 10^{-6}$ рад, значит центр изображения смещается по плёнке с амплитудой $d = \varphi F = 3{\cdot}10^{-4}$ м $= 0{,}3$ мм. За длительную выдержку он побывает во всех положениях от $-d$ до $+d$, размах равен $2d$. Изображение на плёнке — этот круг, размазанный вдоль отрезка $2d$:

$$\Delta = \Delta_0 + 2d = F(\alpha + 2\varphi) = 300\,(10^{-7} + 2 \cdot 10^{-6})\text{ м} \approx 0{,}63\text{ мм}.$$



Изображение источника на плёнке при длительной выдержке: круг диаметром Δ_0, прочерченный вдоль отрезка $2d$ (в масштабе)

Обратите внимание. Величина φ в пункте 2 — размах качания, а в пункте 3 дана амплитуда, поэтому там появляется множитель 2 (размах равен удвоенной амплитуде).

Проверка. Размерность: γ безразмерно (длина на длину); $\varphi_{\max} = 1/(F\delta)$: (мм/линий)/м, то есть безразмерно, как угол. Предельный случай: $R \to \infty$ (зеркало почти плоское, фокус далеко) — увеличение растёт. При $\varphi = 0$ получаем $\Delta = \Delta_0 = \alpha F$, а при $\alpha = 0$ — чистый размах качаний $2\varphi F$. Результат $\varphi_{\max} \approx 0{,}014''$: фундамент должен быть неподвижным до сотых долей угловой секунды, а телескоп с $\varphi = 10^{-6}$ рад (около $0{,}2''$) уже сильно размажет изображение в 20 раз по сравнению с точечным.

Ответ. 1) $\gamma = \dfrac{R}{2F}$; 2) $\varphi_{\max} = \dfrac{1}{F\delta} \approx 6{,}7\cdot10^{-8}$ рад; 3) $\Delta = F(\alpha+2\varphi) = 0{,}63$ мм.