Выбор часов

Задача 4. [МОШ 2024/25, 7 класс, задача 4] Лаборатории нужны часы для измерения длительности различных процессов. Для выбора наиболее точного прибора были проведены два независимых теста точности хода часов *А*, Б и В. Первый, краткосрочный тест, включал фиксацию показаний часов в полдень каждого из пяти последовательных дней относительно эталонного времени (12:00:00). Результаты теста представлены в таблице.

День	Часы *А*	Часы Б	Часы В
1	12:00:11	12:00:01	11:59:47
2	12:00:10	12:00:00	11:59:47
3	12:00:10	12:00:02	11:59:47
4	12:00:11	12:00:01	11:59:45
5	12:00:10	11:59:58	11:59:47

В долгосрочном эксперименте, длившемся несколько месяцев, показания часов фиксировались в полдень первого числа каждого месяца. Результаты приведены в таблице, представленной ниже.

Месяц	Часы *А*	Часы Б	Часы В
Январь	12:00:10	12:00:01	11:59:47
Февраль	12:00:11	12:00:07	11:59:45
Март	12:00:12	12:00:11	11:59:47
Апрель	12:00:13	12:00:16	11:59:48
Май	12:00:15	12:00:25	11:59:46

Расположите часы *А*, Б и В по степени точности использования их при измерениях времён различных процессов (как краткосрочных, так и долгосрочных). Объясните почему.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на обработку данных измерений. Длительность процесса часы измеряют как разность двух показаний — в конце и в начале. Если часы спешат на одно и то же число секунд, эта ошибка в разности сокращается. Поэтому для измерения длительностей важна не точность установки часов (показывают ли они

ровно 12:00:00), а *равномерность хода*: насколько меняется ошибка часов от одного измерения к следующему. Её и надо сравнить у трёх часов — отдельно для суток и для месяца.

Обозначения. Δ — ошибка часов в момент измерения: показание минус эталонное время, в секундах (плюс — спешат, минус — отстают); $\delta = \Delta_{\text{кон}} - \Delta_{\text{нач}}$ — ошибка измеренной длительности.

1. Почему важна разность ошибок. Пусть процесс начался в момент t_1 и закончился в t_2. Часы показывают $t_1 + \Delta_1$ и $t_2 + \Delta_2$, измеренная длительность

$$(t_2 + \Delta_2) - (t_1 + \Delta_1) = (t_2 - t_1) + (\Delta_2 - \Delta_1).$$

Ошибка измерения $\delta = \Delta_2 - \Delta_1$ — изменение ошибки часов за время процесса, а не сама ошибка.



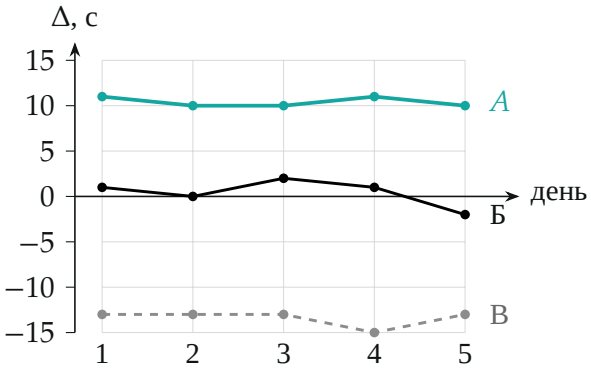
Измеренная длительность отличается от истинной на $\Delta_2 - \Delta_1$, то есть на изменение ошибки часов. Если $\Delta_2 = \Delta_1$, длительность измерена точно, даже когда часы спешат.

2. Ошибки часов в секундах. Переведём показания в Δ (11:59:47 — это -13 с):

день	1	2	3	4	5
А	+11	+10	+10	+11	+10
Б	+1	0	+2	+1	−2
В	−13	−13	−13	−15	−13

месяц	янв	фев	мар	апр	май
А	+10	+11	+12	+13	+15
Б	+1	+7	+11	+16	+25
В	−13	−15	−13	−12	−14

По модулю ошибки ближе всех к нулю у часов Б — но, как показано в шаге 1, для длительностей это не главное.



Краткосрочный тест: ошибка часов Δ по дням. Чем ровнее ломаная, тем точнее часы измеряют сутки.

3. Краткосрочные процессы (сутки). Изменения ошибки за сутки $\delta = \Delta_{n+1} - \Delta_n$:

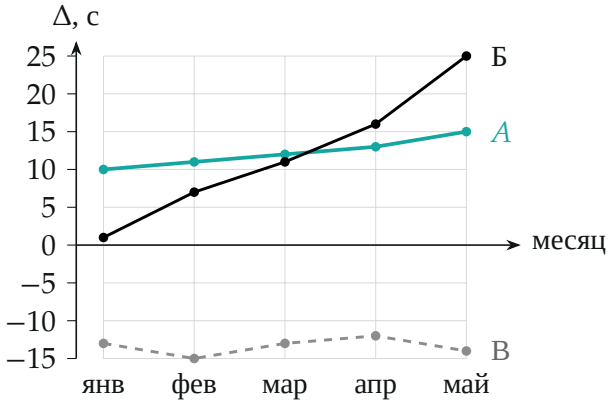
$$A:\ -1,\ 0,\ +1,\ -1; \qquad \text{Б}:\ -1,\ +2,\ -1,\ -3; \qquad \text{В}:\ 0,\ 0,\ -2,\ +2.$$

Средние по модулю: *А* — 0,75 с, В — 1,0 с, Б — 1,75 с; наибольшие: 1, 2 и 3 с. Сутки точнее всех измеряют часы *А*, затем В, хуже всех — Б.

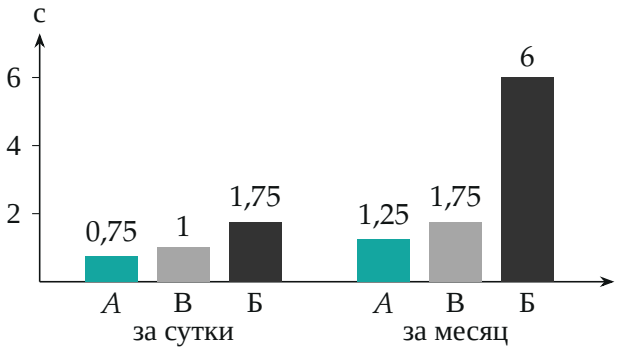
4. Долгосрочные процессы (месяц). Изменения ошибки за месяц:

$$A:\ +1,\ +1,\ +1,\ +2; \qquad \text{Б}:\ +6,\ +4,\ +5,\ +9; \qquad \text{В}:\ -2,\ +2,\ +1,\ -2.$$

Средние по модулю: *А* — 1,25 с, В — 1,75 с, Б — 6 с. Часы Б заметно убегают: за четыре месяца на 24 с. Часы *А* спешат медленно и почти одинаково каждый месяц ($\approx$ 1,25 с/мес), часы В в среднем не уходят, но скачут на 1–2 с.



Долгосрочный тест: ошибка часов в начале каждого месяца. Часы Б быстро и неровно убегают вперёд.



Средние по модулю изменения ошибки часов — погрешность измерения процесса длительностью в сутки и в месяц.

5. Итоговый порядок. И для суток, и для месяца порядок один: точнее всех *A*, затем В, хуже всех Б. У часов *A* к тому же ход постоянный: их уход в 1,25 с за месяц можно заранее учесть поправкой.

Обратите внимание. Часы Б в первые дни показывают время точнее всех (ошибка 0–2 с), а часы В отстают на 13 с — но это не делает Б лучшими для измерения длительностей. Сдвиг, который не меняется, в разности показаний сокращается; важна только его изменчивость.

Проверка. Другой способ — разброс ошибки за весь тест (наибольшее минус наименьшее значение Δ): за 5 дней *A* — 1 с, В — 2 с, Б —

4 с; за 5 месяцев A — 5 с, В — 3 с, Б — 24 с. Для суток порядок тот же; для долгих сроков у A разброс больше, чем у В, но он набирается равномерно и предсказуемо (по 1–2 с в месяц), а его можно учесть, тогда как скачки В на ± 2 с в месяц случайны. Так что порядок A, В, Б сохраняется.

Смысл: хорошие часы для лаборатории — не те, что «показывают правильно», а те, что идут ровно.

Ответ. От лучших к худшим: A, В, Б (средние изменения ошибки за сутки 0,75, 1,0 и 1,75 с, за месяц 1,25, 1,75 и 6 с).