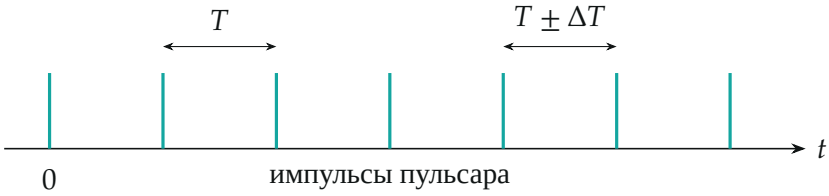
Часы PSR B1937+21

Задача 1. [МОШ 2024/25, 8 класс, задача 1] В современной метрологии эталонным прибором для измерения времени являются атомные часы. Перспективной альтернативой атомным часам могут стать пульсары — быстро вращающиеся нейтронные звезды. Некоторые пульсары обладают поразительной стабильностью вращения, испуская при каждом обороте звезды (через равные промежутки времени) радиосигналы, которые могут быть зарегистрированы на Земле. Пульсар PSR B1937+21 — яркий тому пример.

Период вращения пульсара PSR B1937+21 равен $T = 1{,}557806449$ мс, погрешность измерения этого значения равна $\Delta T = 5 \cdot 10^{-12}$ с. Скорость вращения пульсара может немного изменяться из-за внутренних процессов в звезде. Для учёта этого фактора будем считать, что погрешность измерения периода пульсара увеличивается на 1 пикосекунду (10^{-12} с) каждые 5 лет, причём это увеличение происходит скачком в конце каждого пятилетнего периода. Предположим, что часы на основе пульсара используются для измерения большого промежутка времени t. При каком значении t накопленная погрешность измерения станет равна 1 секунде? Считайте, что среднее значение периода вращения пульсара постоянно и равно T. Ответ выразите в годах.

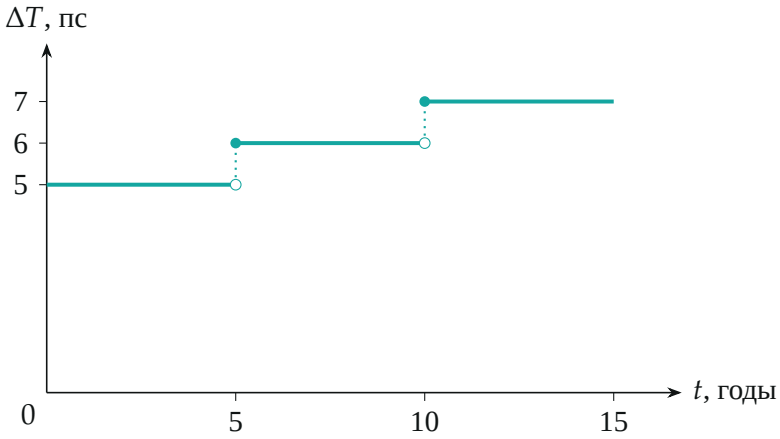


Поясняющий рисунок: часы-пульсар отсчитывают время числом пришедших радиоимпульсов; расстояние между соседними импульсами — период T, известный с погрешностью ΔT.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на оценку погрешности. Часы-пульсар измеряют время так: считают число импульсов N и умножают на период, $t = NT$. Каждый период известен с погрешностью ΔT, и за

N периодов эти погрешности складываются: накопленная погрешность $\delta = N\,\Delta T$. Пока погрешность периода постоянна, δ растёт пропорционально времени; через каждые 5 лет скорость роста скачком увеличивается. Надо понять, на каком пятилетнем участке δ дойдёт до 1 с.

Обозначения. $\tau = 5$ лет — длина одного участка; N_5 — число периодов за τ; δ — накопленная погрешность; ΔT_k — погрешность периода на k-м участке: $\Delta T_1 = 5$ пс, $\Delta T_2 = 6$ пс, $\Delta T_3 = 7$ пс …



Погрешность периода по условию: постоянна внутри пятилетнего участка и в его конце скачком растёт на 1 пс.

1. Число периодов за 5 лет. Год — 365,25 суток по 86 400 с, поэтому $\tau = 5 \cdot 365{,}25 \cdot 86\,400$ с $= 1{,}578 \cdot 10^8$ с. За это время пульсар совершает

$$N_5 = \frac{\tau}{T} = \frac{1{,}578 \cdot 10^8 \text{ с}}{1{,}5578 \cdot 10^{-3} \text{ с}} = 1{,}013 \cdot 10^{11}$$

оборотов. Число оборотов за участок не зависит от его номера: средний период по условию постоянен.

2. Погрешность за первые 5 лет. Все N_5 периодов первого участка измерены с одной и той же погрешностью ΔT_1, и при сложении N_5 одинаковых периодов их погрешности складываются:

$$\delta_1 = N_5\,\Delta T_1 = 1{,}013 \cdot 10^{11} \cdot 5 \cdot 10^{-12} \text{ с} = 0{,}506 \text{ с}.$$

Это меньше 1 с — за первый участок нужная погрешность не набирается.

3. Сколько скачков успеет случиться. На втором участке погрешность периода $\Delta T_2 = 6$ пс, и за весь участок набежало бы ещё

$$N_5\,\Delta T_2 = 0{,}608\text{ с}, \qquad \delta_1 + N_5\Delta T_2 = 1{,}114\text{ с} > 1\text{ с}.$$

Значит, 1 с набирается внутри второго участка: скачок погрешности за всё время случится ровно один (в момент $t = 5$ лет), до второго скачка дело не дойдёт.

4. Время на втором участке. На второй участок остаётся набрать $1\text{ с} - \delta_1 = 0{,}494$ с. Нужное число периодов и время:

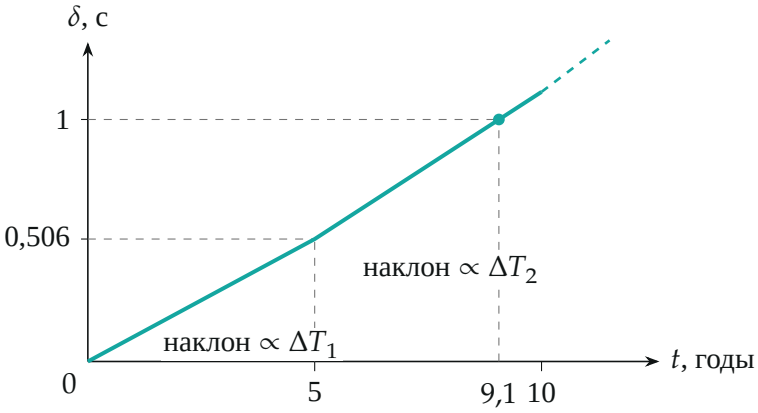
$$N' = \frac{1\text{ с} - \delta_1}{\Delta T_2} = \frac{0{,}494}{6\cdot 10^{-12}} = 8{,}23\cdot 10^{10},$$

$$t' = N'T = 8{,}23\cdot 10^{10}\cdot 1{,}5578\cdot 10^{-3}\text{ с} = 1{,}28\cdot 10^{8}\text{ с} = 4{,}06\text{ года}.$$

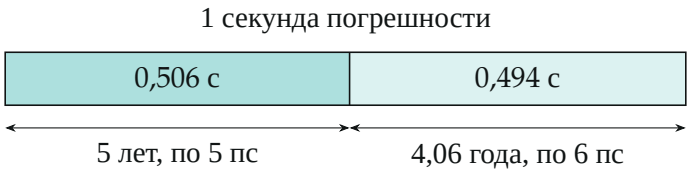
5. Ответ в общем виде. Сложим участки:

$$t = \tau + \frac{(1\text{ с} - \delta_1)\,T}{\Delta T_2} = \tau + \frac{\left(1\text{ с} - \dfrac{\tau}{T}\Delta T_1\right)T}{\Delta T_2},$$

$$t = 5\text{ лет} + 4{,}06\text{ года} \approx 9{,}1\text{ года}.$$



Накопленная погрешность $\delta(t)$ по вычисленным точкам: ломаная, наклон каждого звена пропорционален погрешности периода на своём участке. Уровень 1 с пересекается на втором звене, при $t \approx 9{,}1$ года.



Из чего складывается секунда погрешности: первый участок целиком и часть второго.

Обратите внимание. Нельзя считать погрешность периода средней по всему времени или растущей плавно: по условию она меняется скачком, и до 9 лет успевает случиться только один скачок. Поэтому решение и начинается с проверки, на каком участке набирается секунда.

Проверка. Размерность: $(\text{с}/\text{с}) \cdot \text{с} = \text{с}$, $\text{с} \cdot \text{с}/\text{с} = \text{с}$ — верно. Грубая оценка: при постоянной погрешности 5 пс секунда набралась бы за $1/0{,}506 \cdot 5 \approx 9{,}9$ года, при 6 пс — за $1/0{,}608 \cdot 5 \approx 8{,}2$ года; наш ответ 9,1 года лежит между ними, как и должно быть. Если брать год за 365 суток, получается то же 9,1 года.

Смысл: даже очень стабильный пульсар, ошибающийся на пикосекунды за оборот, за десяток лет «уходит» на целую секунду, потому что оборотов — сотни миллиардов.

Ответ. $t \approx 9{,}1$ года.