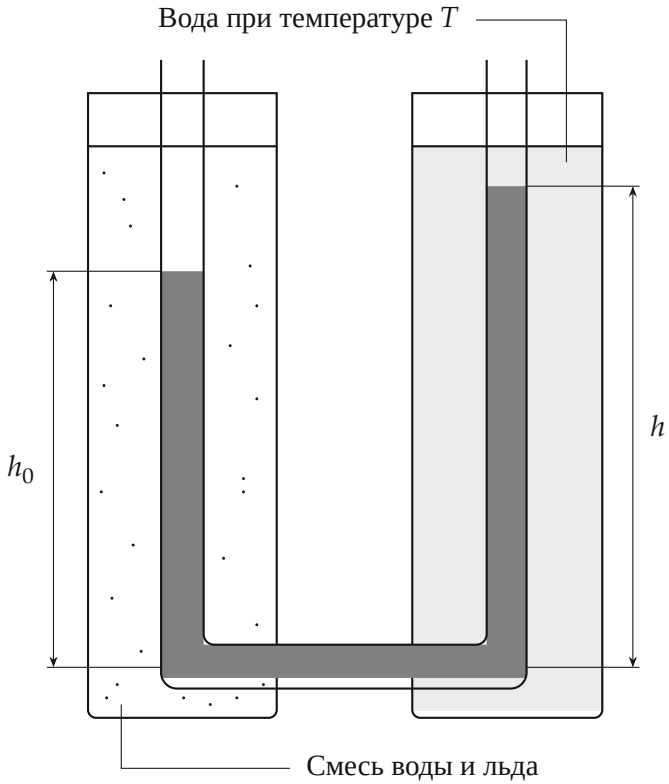
Изменение объёма

Задача 3. [МОШ 2024/25, 8 класс, задача 3] Измерение коэффициента объёмного расширения жидкости осложняется тем, что объём сосуда также изменяется с температурой. Представленный на рисунке прибор позволяет преодолеть эту трудность. В нём одно колено U-образной трубки, заполненной исследуемой жидкостью, находится в банке со льдом и водой, а другое — в термостате с температурой $T > 0\,^\circ\mathrm{C}$. Соединительная трубка расположена горизонтально. В ходе эксперимента были измерены высоты столбов h и h_0, а температура воды в термостате равнялась T. Чему равен коэффициент объёмного расширения β жидкости?



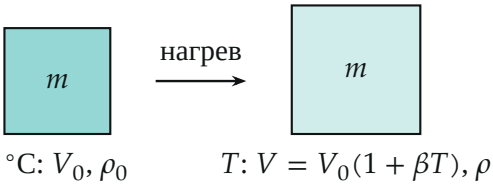
Указание. Если при $0\,^\circ\mathrm{C}$ объём жидкости равен V_0, то при температуре T её объём даётся формулой $V = V_0(1 + \beta T)$.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на гидростатику сообщающихся сосудов. Горячая жидкость легче холодной: масса та же, а объём больше. Чтобы на дне давления сравнялись, столб лёгкой жидкости должен быть выше: $h > h_0$. Сравнив высоты, найдём отношение плотностей, а из него — β. Сама трубка при нагреве тоже расширяется, но высота столба, уравновешивающего давление, от сечения трубки не зависит — поэтому прибор и обходит трудность с расширением сосуда.

Обозначения. ρ_0 — плотность жидкости при 0 °C (левое колено), ρ — при температуре T (правое колено); $p_{\text{атм}}$ — атмосферное давление над обоими столбами; уровень отсчёта высот — горизонтальная соединительная трубка.

1. Плотность нагретой жидкости. Возьмём порцию жидкости массы m. При 0 °C её объём $V_0 = m/\rho_0$, при T — по указанию $V = V_0(1+\beta T)$. Масса при нагреве не меняется, поэтому

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0(1+\beta T)} = \frac{\rho_0}{1+\beta T}.$$



Одна и та же масса жидкости при нагреве занимает больший объём, поэтому её плотность меньше: $\rho < \rho_0$.

2. Давление на уровне соединительной трубки. Жидкость покоится, а соединительная трубка горизонтальна. Значит, давление во всех точках этой трубки одинаково (иначе жидкость текла бы по ней). Давление на её уровне в левом колене — атмосферное плюс гидростатическое давление холодного столба, в правом — плюс давление горячего столба:

$$p_{\text{атм}} + \rho_0 g h_0 = p_{\text{атм}} + \rho g h \quad \Rightarrow \quad \rho_0 h_0 = \rho h.$$

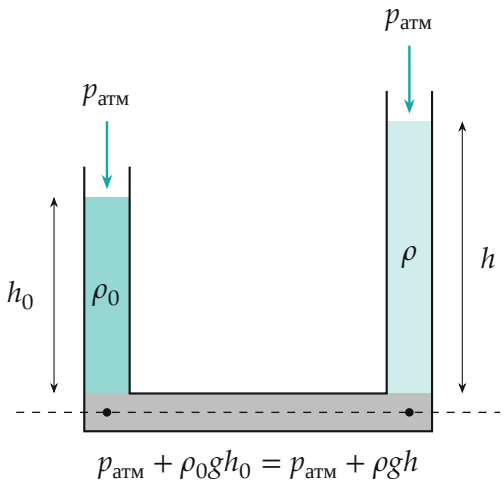
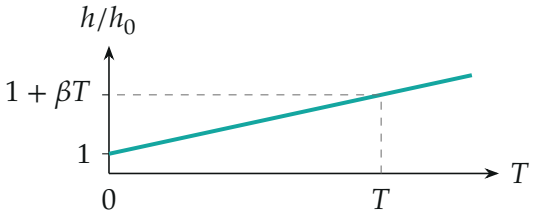


Схема прибора: слева холодный столб h_0, справа горячий h. На уровне соединительной трубки (пунктир) давления в обоих коленах равны.

3. Коэффициент расширения. Подставим плотность из шага 1:

$$\rho_0 h_0 = \frac{\rho_0}{1+\beta T} h \quad \Rightarrow \quad 1 + \beta T = \frac{h}{h_0} \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{1}{T}\left(\frac{h}{h_0} - 1\right).$$



Отношение высот растёт с температурой по прямой $h/h_0 = 1 + \beta T$; её наклон и есть β.

Обратите внимание. Площадь сечения трубки в ответ не входит: давление столба зависит только от его высоты и плотности жидкости, $p = \rho g h$. Поэтому расширение самой трубки при нагреве на результат не влияет — в этом и смысл прибора. Измерять надо именно вертикальные высоты от уровня горизонтальной трубки.

Проверка. Размерность: h/h_0 безразмерно, значит, $[\beta] = 1/^\circ\text{C}$, как и должно быть у коэффициента в формуле $V = V_0(1 + \beta T)$. Предел: если жидкость не расширяется ($\beta = 0$), то $\rho = \rho_0$ и $h = h_0$ — уровни одинаковы, как в обычных сообщающихся сосудах. Знак: у расширяющейся при нагреве жидкости $h > h_0$ и $\beta > 0$.

Смысл: чем сильнее жидкость расширяется, тем выше поднимается её горячий столб над холодным.

Ответ. $\beta = \dfrac{1}{T}\left(\dfrac{h}{h_0} - 1\right)$.