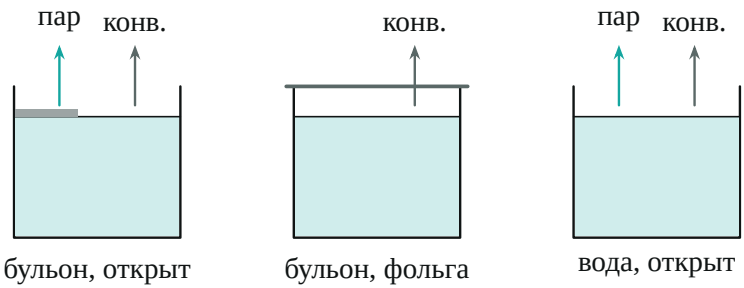
Остывание бульона

Задача 4. [МОШ 2024/25, 9 класс, задача 4] Школьник исследовал остывание жидкостей в термосе. Он обнаружил, что остывание одного литра бульона с 95 °C до 90 °C в открытом термосе происходит за $t_1 = 100$ с, а в закрытом тонкой фольгой за $t_2 = 180$ с. С другой стороны, он заметил, что вода того же объёма остывает с 95 °C до 90 °C в открытом термосе за $t_3 = 80$ с. Считайте, что остывание жидкости происходит за счёт испарения воды и конвекции воздуха, граничащего с её поверхностью. При этом часть поверхности бульона покрыта жиром, испарения с этой части поверхности не происходит. Если бульон накрыть фольгой, испарение практически прекращается. В рассматриваемом температурном диапазоне теплопотери можно считать постоянными, фольга и жировой слой на поверхности не оказывают существенного влияния на теплопотери, осуществляемые посредством конвекции.

Теплоёмкость и плотность бульона и воды совпадают. Удельная теплоёмкость и удельная теплота парообразования воды равны соответственно $c = 4200$ Дж/(кг·°C) и $L = 2{,}3$ МДж/кг.

1. Рассчитайте, какая часть площади поверхности бульона покрыта жиром?
2. Рассчитайте, какая масса воды испарилась с поверхности бульона за время его остывания с 95 °C до 90 °C.

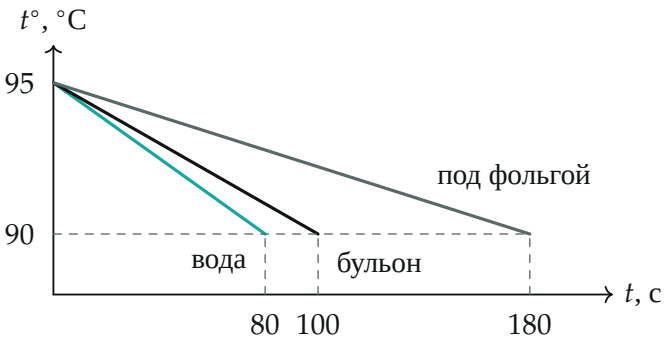


Поясняющий рисунок: три опыта. Конвекция одинакова везде; испарение — со всей поверхности воды, с части поверхности бульона (серым — жир) и никак под фольгой.

▲ **Решение. Что происходит.** В каждом опыте жидкость одной и той же массы остывает на одни и те же 5 °C, то есть теряет одну и ту же теплоту Q. Различается только время, а значит — мощность потерь. Потери складываются из двух независимых частей: конвекции (одинаковой во всех трёх опытах) и испарения (пропорционального открытой площади поверхности). Три опыта дают три уравнения: закрытый бульон — чистая конвекция, вода — конвекция плюс испарение со всей поверхности, открытый бульон — конвекция плюс испарение с доли поверхности без жира. Ключевой закон — уравнение теплового баланса: теплота, потерянная при остывании, равна теплоте, унесённой конвекцией и испарением.

Обозначения. $m = \rho V = 1$ кг — масса литра жидкости; $\Delta t^\circ = 5\,^\circ\text{C}$; $P_\text{к}$ — мощность потерь на конвекцию; $P_\text{и}$ — мощность потерь на испарение со всей открытой поверхности (как у воды); x — доля поверхности бульона под жиром, тогда испаряет доля $1 - x$.

1. Теплота остывания. $Q = cm\,\Delta t^\circ = 4200 \cdot 1 \cdot 5 = 21\,000$ Дж — одна и та же во всех опытах (теплоёмкости и плотности совпадают). Потери постоянны, значит, мощность $P = Q/t$.



Остывание в трёх опытах: потери постоянны, температура падает линейно; чем больше мощность потерь, тем круче прямая.

2. Три уравнения теплового баланса.

$$\text{бульон под фольгой:}\quad P_\text{к} = \frac{Q}{t_2} = \frac{21\,000}{180} \approx 116{,}7 \text{ Вт};$$

$$\text{вода:}\quad P_к + P_и = \frac{Q}{t_3} = \frac{21\,000}{80} = 262{,}5\ \text{Вт};$$

$$\text{бульон открыт:}\quad P_к + (1-x)P_и = \frac{Q}{t_1} = \frac{21\,000}{100} = 210\ \text{Вт}.$$

Испарение со всей поверхности: $P_и = 262{,}5 - 116{,}7 \approx 145{,}8$ Вт.

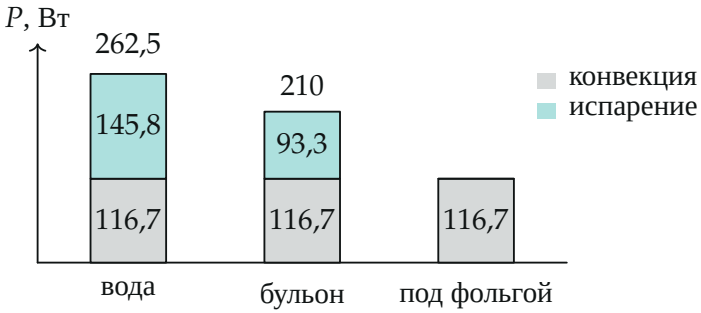
Пункт 1.

3. Доля жира. Из третьего уравнения

$$1 - x = \frac{Q/t_1 - Q/t_2}{Q/t_3 - Q/t_2} = \frac{1/t_1 - 1/t_2}{1/t_3 - 1/t_2},$$

$$1 - x = \frac{1/100 - 1/180}{1/80 - 1/180} = \frac{0{,}004444}{0{,}006944} = 0{,}64,$$

откуда $x = 0{,}36$, то есть 36 % поверхности. Теплота Q сократилась: ответ зависит только от трёх времён.



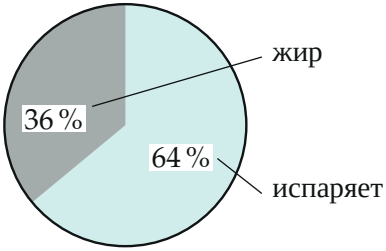
Мощности потерь, Вт: конвекция (серым) одна и та же; испарение бульона 93,3 Вт — это 0,64 от испарения воды 145,8 Вт.

Пункт 2.

4. Масса испарившейся воды. Мощность испарения открытого бульона $(1-x)P_и = Q/t_1 - Q/t_2 \approx 93{,}3$ Вт. За время остывания $t_1 = 100$ с испарение унесло теплоту $93{,}3 \cdot 100 \approx 9{,}33$ кДж. На испарение массы Δm нужна теплота $L\,\Delta m$ (уравнение теплового баланса для испарения):

$$\Delta m = \frac{(Q/t_1 - Q/t_2)\,t_1}{L} = \frac{Q}{L}\left(1 - \frac{t_1}{t_2}\right),$$

$$\Delta m = \frac{21\,000}{2{,}3 \cdot 10^6} \cdot \frac{80}{180} \approx 4{,}1 \cdot 10^{-3}\ \text{кг} \approx 4\ \text{г}.$$



Поверхность бульона (вид сверху): жир закрывает 36 % площади, испаряют остальные 64 %. Расположение пятен не важно — важна только доля.

Обратите внимание: испарилось всего 4 г из килограмма, поэтому изменение массы жидкости при остывании не учитываем — оно меняет Q меньше чем на полпроцента. И конвекцию нельзя вычесть «из воды»: она одна и та же во всех опытах, найти её позволяет только опыт с фольгой.

Проверка. Размерность: Q/L — Дж/(Дж/кг) = кг. Пределы: если бы бульон остывал под фольгой так же быстро, как открытым ($t_2 = t_1$), испарения не было бы и $\Delta m = 0$; если бы бульон остывал как вода ($t_1 = t_3$), доля жира $x = 0$. Второй способ для массы: испарение воды за те же 100 с унесло бы $145{,}8 \cdot 100/(2{,}3 \cdot 10^6) \approx 6{,}3$ г, у бульона испаряет 0,64 поверхности: $0{,}64 \cdot 6{,}3 \approx 4{,}1$ г — то же.

Ответ. 1) $x = 1 - \dfrac{1/t_1 - 1/t_2}{1/t_3 - 1/t_2} = 0{,}36$, жиром покрыто 36 % поверхности; 2) $\Delta m = \dfrac{cm\,\Delta t^\circ}{L}\left(1 - \dfrac{t_1}{t_2}\right) \approx 4$ г.