Кризис кипения

Задача 1. [МОШ 2025/26, 8 класс, задача 3] В обычном (пузырьковом) режиме кипения тепло отводится от поверхности нагревателя за счёт парообразования и интенсивного перемешивания жидкости, возникающего при росте и отрыве пузырьков. Однако при достаточно большой мощности нагревателя режим кипения меняется: образование пара становится столь интенсивным, что пузырьки сливаются друг с другом, формируя на поверхности нагревателя сплошную паровую плёнку. Такая смена режима кипения называется кризисом кипения.

Поскольку коэффициент теплоотдачи через паровой слой на два порядка меньше, чем при пузырьковом кипении, стационарный режим теплопередачи нарушается: при неизменной мощности нагрева температура нагревательного элемента начинает неконтролируемо расти. Это приводит к его разрушению — так называемому «пережогу стенки».

Согласно гидродинамической теории С. С. Кутателадзе, критическое состояние наступает, когда интенсивный поток образующегося пара начинает препятствовать доступу жидкости к поверхности нагревателя. Проще говоря, этот поток действует на воду подобно сильному встречному ветру.

Динамическое давление такого «пара-ветра» определяется формулой:

$$P = \frac{\rho u^2}{2},$$

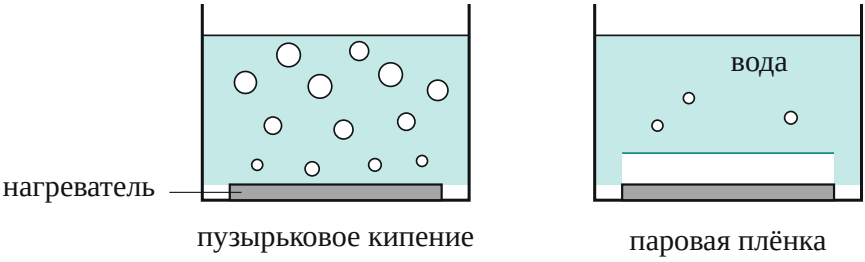
где u — скорость пара, образующегося у поверхности нагревателя, а ρ — его плотность.

Кризис кипения наступает, когда динамическое давление пара достигает некоторого значения $P_{\text{крит}}$, при котором оно сравнивается с давлением, обусловленным силами поверхностного натяжения и тяжести, стремящимися «протолкнуть» воду обратно к поверхности нагревателя сквозь поток пара. Величину критического динамического давления для воды можно считать равной $P_{\text{крит}} \approx 20$ Па.

Рассмотрим сосуд с плоским нагревательным элементом площадью 80 см^2 (похожий на электрочайник). Вода в сосуде нагрета до темпера-

туры, близкой к 100 °C; плотность пара при этой температуре и нормальном атмосферном давлении $\rho = 0{,}6$ кг/м^3. Удельная теплота парообразования $L = 2{,}26$ МДж/кг.

1. При какой мощности W_0, подводимой к нагревателю, наступает кризис кипения?
2. Пусть к нагревателю подводится мощность $1{,}1W_0$. До какой температуры теоретически (!) может разогреться нагреватель, если коэффициент теплоотдачи от стенки к воде через паровой слой равен $\alpha = 200$ Вт/(м$^2 \cdot$ °C)? Мощность теплопередачи определяется формулой
$$W = \alpha \cdot S \cdot \Delta T,$$
где S — площадь нагревателя, а ΔT — так называемый «перегрев стенки», то есть разность температур нагревательного элемента и воды в сосуде.
3. Теперь к нагревателю подводится мощность W, значительно меньшая W_0. За какое время выкипит электрический чайник с таким нагревателем и сломанным терморегулятором, содержащий 1 кг воды при температуре кипения, если перегрев стенки составляет 5 °C? Коэффициент теплопередачи для воды при развитом пузырьковом кипении равен $\alpha = 5 \cdot 10^4$ Вт/(м$^2 \cdot$ °C).



Поясняющий рисунок: два режима кипения у плоского нагревателя (вид сбоку). Слева пузырьки отрываются и перемешивают воду, справа они слились в сплошную паровую плёнку.

▲ **Решение. Что происходит.** Вода у нагревателя уже при температуре кипения, поэтому вся подводимая мощность идёт на превращение

воды в пар. Чем больше мощность, тем больше пара образуется за секунду и тем быстрее он вырывается от поверхности: скорость u растёт пропорционально W, а динамическое давление $\rho u^2/2$ — как W^2. Кризис наступает, когда это давление дорастает до $P_{\text{крит}}$. После кризиса нагреватель покрыт паровой плёнкой, она в 250 раз хуже проводит тепло, чем пузырьковое кипение, и для отвода той же мощности нужен гораздо больший перегрев. В третьем пункте кризиса нет, и время выкипания определяется тем, какую мощность отводит пузырьковый режим при заданном перегреве.

Обозначения. $S = 80$ см^2 $= 8 \cdot 10^{-3}$ м^2 — площадь нагревателя; $\alpha_1 = 200$ Вт/(м$^2 \cdot$ °C) — коэффициент теплоотдачи через плёнку, $\alpha_2 = 5 \cdot 10^4$ Вт/(м$^2 \cdot$ °C) — при пузырьковом кипении; Δm — масса пара, образовавшегося за время Δt.

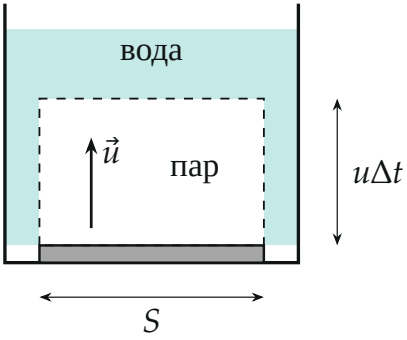
Пункт 1.

1. Сколько пара образуется. Вся мощность W идёт на парообразование. По определению удельной теплоты парообразования для массы Δm нужна энергия $L\Delta m$, а нагреватель за время Δt передал $W\Delta t$:

$$W\Delta t = L\,\Delta m \quad \Rightarrow \quad \Delta m = \frac{W\Delta t}{L}.$$

2. Скорость пара. Объём этого пара равен $\Delta m/\rho$. Он целиком уходит от поверхности нагревателя площадью S со скоростью u: за время Δt через площадку проходит столб пара высотой $u\Delta t$, то есть объём $Su\Delta t$:

$$Su\Delta t = \frac{\Delta m}{\rho} = \frac{W\Delta t}{\rho L} \quad \Rightarrow \quad u = \frac{W}{\rho S L}.$$



Пар, образовавшийся за время Δt, занимает столб с основанием S и высотой $u\Delta t$ (штриховой контур). Его масса $\Delta m = \rho S u \Delta t$ равна $W\Delta t/L$.

3. Динамическое давление. Подставим u в формулу из условия:

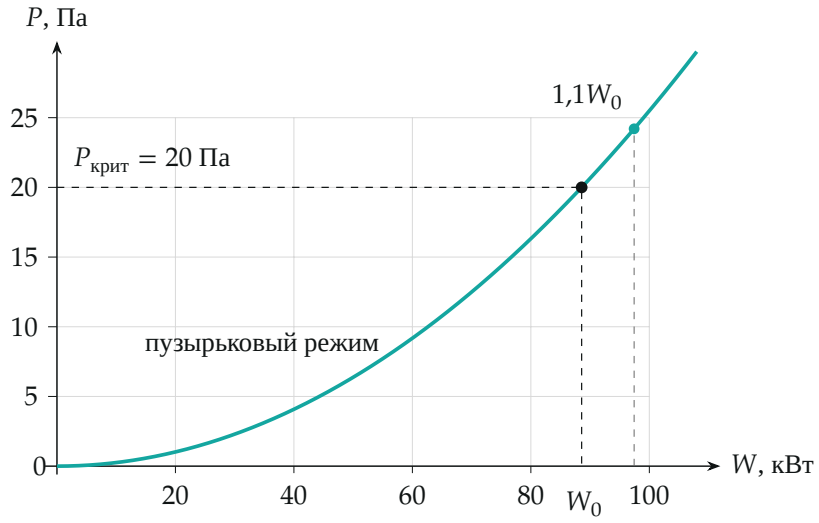
$$P = \frac{\rho u^2}{2} = \frac{W^2}{2\rho S^2 L^2}.$$

4. Критическая мощность. Кризис наступает при $P = P_{\text{крит}}$:

$$\frac{W_0^2}{2\rho S^2 L^2} = P_{\text{крит}} \quad \Rightarrow \quad W_0 = SL\sqrt{2\rho P_{\text{крит}}}.$$

5. Числа.

$$\begin{aligned} W_0 &= 8 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}26 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{2 \cdot 0{,}6 \cdot 20}\ \text{Вт} \\ &= 1{,}808 \cdot 10^4 \cdot 4{,}90\ \text{Вт} \approx 8{,}9 \cdot 10^4\ \text{Вт} \approx 89\ \text{кВт}. \end{aligned}$$



Динамическое давление пара в зависимости от мощности (парабола). Пересечение с уровнем $P_{крит}$ — кризис при $W_0 \approx 89$ кВт; правее — режим паровой плёнки. Мощность $1{,}1W_0$ из пункта 2 — чуть правее.

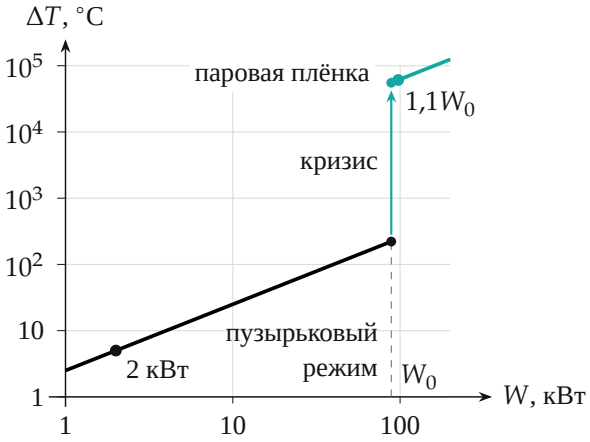
Пункт 2.

6. Тепловой баланс с паровой плёнкой. При $W = 1{,}1W_0 > W_0$ нагреватель покрыт плёнкой. В стационарном состоянии всё, что нагреватель получает, он отдаёт воде через плёнку, и эта мощность равна $\alpha_1 S \Delta T$:

$$1{,}1\,W_0 = \alpha_1 S\,\Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{1{,}1\,W_0}{\alpha_1 S},$$

$$\Delta T = \frac{1{,}1 \cdot 8{,}86 \cdot 10^4}{200 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}\ ^\circ\text{C} \approx 6{,}1 \cdot 10^4\ ^\circ\text{C}.$$

Это перегрев, а температура самого нагревателя ещё на 100 °C выше (вода кипит): $T = 100\ ^\circ\text{C} + \Delta T \approx 6{,}1 \cdot 10^4\ ^\circ\text{C}$ — сотня градусов на фоне шестидесяти тысяч не видна. Такой температуры нагреватель не выдержит: он расплавится гораздо раньше — это и есть «пережог стенки». Поэтому в условии и стоит «теоретически (!)».



Перегрев стенки в зависимости от мощности (оба масштаба логарифмические; прямые параллельны, потому что в обоих режимах $\Delta T \propto W$). Чёрная — пузырьковое кипение, бирюзовая — паровая плёнка. На пороге W_0 перегрев скачком растёт в 250 раз.

Пункт 3.

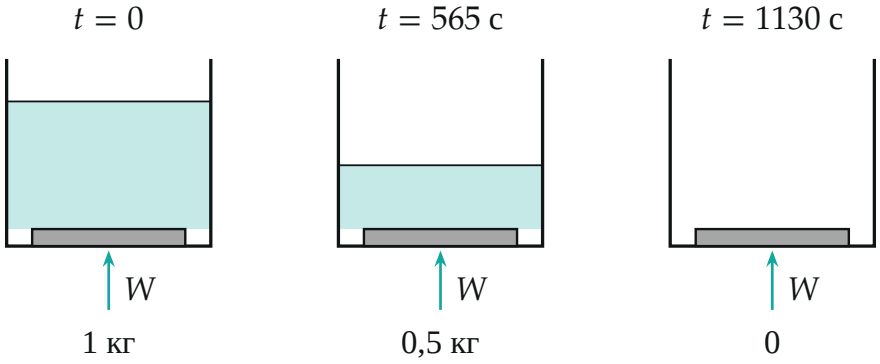
7. Мощность при пузырьковом кипении. Мощность много меньше W_0, кризиса нет, поэтому с перегревом $\Delta T = 5\ ^\circ\text{C}$ нагреватель отдаёт воде

$$W = \alpha_2 S\,\Delta T = 5 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 5\ \text{Вт} = 2000\ \text{Вт}.$$

Проверка допущения: $W/W_0 \approx 2{,}3 \cdot 10^{-2} \ll 1$.

8. Время выкипания. Вода уже при температуре кипения, и вся энергия идёт на парообразование. Чтобы выкипела масса $m = 1$ кг, нужна энергия $Q = Lm = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж, а нагреватель даёт её со скоростью W:

$$Lm = Wt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{Lm}{W} = \frac{2{,}26 \cdot 10^6}{2000}\ \text{с} = 1130\ \text{с} \approx 19\ \text{мин}.$$



Чайник с нагревателем мощностью $W = 2$ кВт: масса воды убывает линейно, до нуля она доходит через $t = 1130$ с ($\approx$ 19 мин). Под чайниками — масса воды.

Обратите внимание. Формулу $W = \alpha S \Delta T$ в пунктах 2 и 3 применяют с разными α: через паровую плёнку (пункт 2, $\alpha_1 = 200$) и при пузырьковом кипении (пункт 3, $\alpha_2 = 5 \cdot 10^4$). Перепутать их — получить ответ, который будет отличаться в 250 раз. Второе: 61 000 °C — не предсказание, а признак того, что при плёнке стационарного режима нет: нагреватель разрушится раньше.

Проверка. Размерность W_0:

$$\text{м}^2 \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \sqrt{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{Па}} = \text{м}^2 \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

Второй способ для пункта 1: из $P_{\text{крит}} = \rho u_0^2/2$ скорость пара $u_0 = \sqrt{2P_{\text{крит}}/\rho} = \sqrt{2 \cdot 20/0{,}6} \approx 8{,}2$ м/с, мощность $W_0 = \rho u_0 SL = 0{,}6 \cdot 8{,}2 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}26 \cdot 10^6 \approx 8{,}9 \cdot 10^4$ Вт — то же. Мощность 2 кВт в пункте 3 — обычная для чайника, W_0 в 45 раз больше.

Смысл такой: пока пара немного, вода подходит к нагревателю; когда он давит на воду сильнее 20 Па, вода не пробивается к поверхности, и тепло почти перестаёт уходить.

Ответ. 1) $W_0 = SL\sqrt{2\rho P_{\text{крит}}} \approx 89$ кВт; 2) $T \approx 6{,}1 \cdot 10^4$ °C (перегрев $\Delta T = 1{,}1 W_0/(\alpha S) \approx 61\,000$ °C); 3) $t = Lm/(\alpha S \Delta T) \approx 1130$ с ($\approx$ 19 мин).