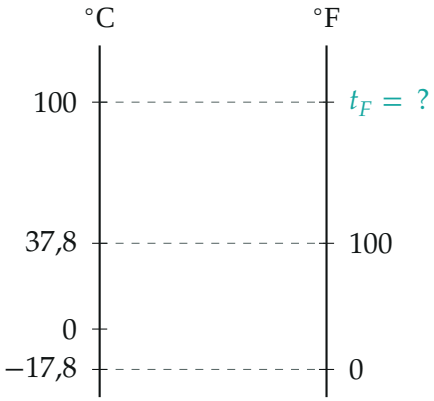
Шкала Фаренгейта

Задача 1. [Росатом 2016/17, заключительный этап, 8 класс, площадка 2, задача 1] В 1724 г. Г. Фаренгейт предложил шкалу температур, в которой нулю градусов соответствует температура замерзания смеси льда и соли, взятых в равных количествах. В градусах Цельсия эта температура $-17{,}8\,^\circ\mathrm{C}$. 100 градусов шкалы Фаренгейта соответствуют температуре $37{,}8\,^\circ\mathrm{C}$. При какой температуре в шкале Фаренгейта кипит вода при атмосферном давлении ($100\,^\circ\mathrm{C}$)?



Поясняющий рисунок: две шкалы рядом; на одной высоте — одна и та же температура

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на перевод между линейными шкалами. Обе шкалы равномерные: один градус Фаренгейта — всегда одна и та же доля градуса Цельсия. Две известные точки задают и цену деления шкалы Фаренгейта, и её ноль; по ним находим любую третью точку.

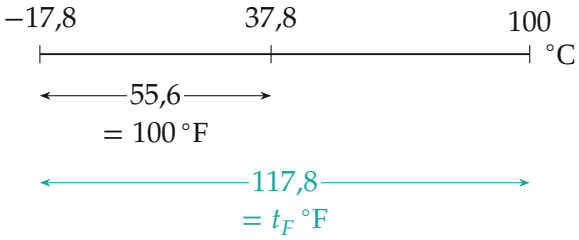
Обозначения. t_C — температура по Цельсию, t_F — та же температура по Фаренгейту; k — сколько градусов Цельсия в одном градусе Фаренгейта.

1. Цена одного градуса Фаренгейта. Между точками $0\,^\circ\mathrm{F}$ и $100\,^\circ\mathrm{F}$ лежит интервал в 100 градусов Фаренгейта, а в градусах Цельсия это

$37{,}8 - (-17{,}8) = 55{,}6$ градуса:

$$k = \frac{37{,}8 + 17{,}8}{100}\,\frac{^\circ\mathrm{C}}{^\circ\mathrm{F}} = 0{,}556\,\frac{^\circ\mathrm{C}}{^\circ\mathrm{F}}.$$

Градус Фаренгейта мельче градуса Цельсия почти вдвое.



Интервалы от нуля Фаренгейта на шкале Цельсия: 55,6 градуса Цельсия — это 100 °F, а до кипения воды — 117,8 градуса Цельсия

2. Интервал до кипения воды. От нуля шкалы Фаренгейта ($-17{,}8\,^\circ$C) до кипения воды ($100\,^\circ$C):

$$\Delta t_C = 100 + 17{,}8 = 117{,}8 \text{ градуса Цельсия.}$$

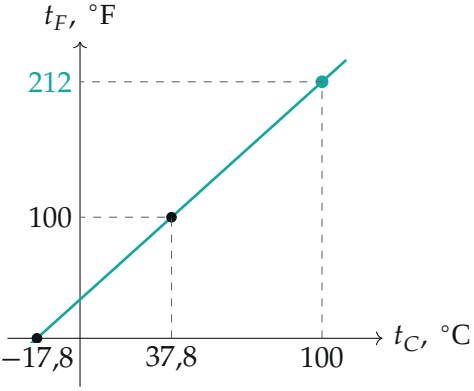
3. Перевод. Так как ноль Фаренгейта — начало этого интервала, показание по Фаренгейту равно его длине в градусах Фаренгейта:

$$t_F = \frac{\Delta t_C}{k} = \frac{117{,}8}{0{,}556}\,^\circ\mathrm{F} \approx 212\,^\circ\mathrm{F}.$$

4. Второй способ — прямая $t_F(t_C)$. Любая линейная шкала связана с другой линейной формулой; через две точки $(-17{,}8;\,0)$ и $(37{,}8;\,100)$ прямая

$$t_F = \frac{100}{55{,}6}\,(t_C + 17{,}8)$$

при $t_C = 100$ даёт $t_F = 1{,}799 \cdot 117{,}8 \approx 212$. Точки этой прямой — на графике.



Прямая $t_F(t_C)$ через две данные точки (чёрные); бирюзовая точка — кипение воды



Шкалы в масштабе: заодно видно, что лёд тает при 32 °F

Обратите внимание: нули шкал не совпадают, поэтому 100 °C нельзя просто разделить на k: делить на цену деления можно только *интервал* от нуля той шкалы, в которую переводим.

Проверка. Таяние льда: $t_F = (0 + 17{,}8)/0{,}556 \approx 32$ °F — это известное значение, шкала построена верно. Разность температур кипения и таяния $212 - 32 = 180$ градусов Фаренгейта на 100 градусов Цельсия — снова $k = 100/180 = 0{,}556$. Физический смысл: вода кипит при 212 °F — одной из двух опорных точек, по которым шкалу Фаренгейта уточнили позже.

Ответ. $t_F = \dfrac{100 + 17{,}8}{37{,}8 + 17{,}8} \cdot 100\,°\text{F} \approx 212\,°\text{F}.$