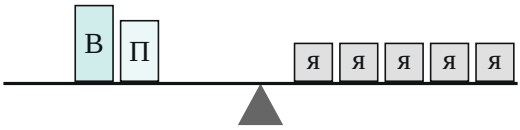
Вася, Петя, ящики и кошки

Задача 1. [Росатом 2018/19, отборочный этап, 7 класс, задача 1] Вася и его младший брат Петя весят столько же, сколько весят 5 ящиков. Петя весит столько же, сколько весят 4 кошки. А 2 кошки и Петя вместе весят столько же, сколько весят 3 ящика. Сколько кошек уравновесят Васю?



Поясняющий рисунок: Вася (В) и Петя (П) уравновешивают 5 ящиков (я)

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на равенство масс: «весят столько же» значит, что массы равны и тела уравновешивают друг друга на равноплечих весах. Три равенства связывают четыре неизвестные массы; нам нужна одна связь — масса Васи через массу кошки. Поэтому выражаем всё через самое лёгкое «мерило» — кошку — и исключаем Петю и ящик.

Обозначения. $m_\text{В}$, $m_\text{П}$, $m_\text{я}$, $m_\text{к}$ — массы Васи, Пети, ящика и кошки (на рисунках — В, П, я, к).

1. Записываем условие уравнениями. Каждая фраза условия — одни весы в равновесии:

$$\begin{cases} m_\text{В} + m_\text{П} = 5m_\text{я}, \\ m_\text{П} = 4m_\text{к}, \\ 2m_\text{к} + m_\text{П} = 3m_\text{я}. \end{cases}$$



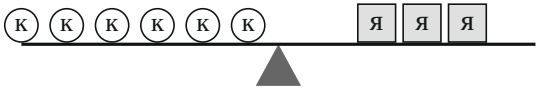
Второе равенство: Петя весит как 4 кошки

Неизвестных четыре, уравнений три — найти каждую массу нельзя, но отношение $m_В/m_к$ найти можно: его и спрашивают.

2. Ящик в кошках. Зачем начинаем с третьего уравнения: в нём кроме ящика только Петя и кошки, а Петю второе уравнение сразу заменяет кошками. Подставляем $m_П = 4m_к$:

$$2m_к + 4m_к = 3m_я \quad \Rightarrow \quad m_я = 2m_к.$$

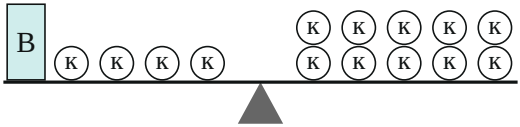
Ящик вдвое тяжелее кошки.



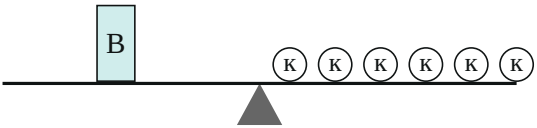
Третье равенство, где Петя заменён четырьмя кошками: 6 кошек уравновешивают 3 ящика, значит, ящик — это 2 кошки

3. Вася в кошках. Теперь в первом уравнении заменяем Петю и ящики кошками:

$$m_В = 5m_я - m_П = 5 \cdot 2m_к - 4m_к = 6m_к.$$



Первое равенство в кошках: Вася с Петей (4 кошки) уравновешивают 5 ящиков, то есть 10 кошек; снимаем с обеих чаш по 4 кошки



Ответ: Васю уравновешивают 6 кошек

Обратите внимание: снять с обеих чаш одинаковый груз можно — равновесие при этом сохраняется; именно это мы делаем, когда переносим $m_П$ в другую часть уравнения.

Проверка. Пусть кошка весит 1 условную единицу. Тогда Петя — 4, ящик — 2, Вася — 6. Первое условие: $6+4=10=5\cdot 2$ — верно; второе: $4=4\cdot 1$ — верно; третье: $2+4=6=3\cdot 2$ — верно. Знак: Вася тяжелее Пети ($6>4$), как и положено старшему брату.

Смысл: удобно мерить все массы одним «эталоном» — здесь кошкой; тогда каждое равенство превращается в счёт кошек.

Ответ. Васю уравновесят 6 кошек: $m_{\text{В}}=6m_{\text{к}}$.