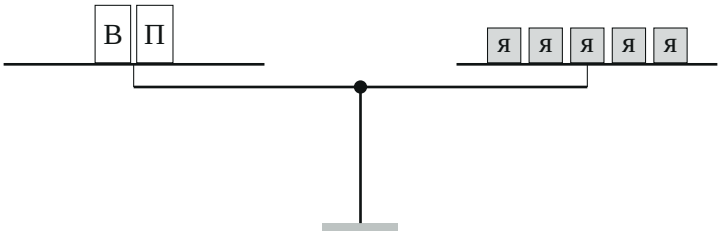
Вася, Петя, ящики и кошки

Задача 1. [Росатом 2018/19, отборочный этап, 8 класс, задача 1] Вася и его младший брат Петя весят столько же, сколько весят 5 ящиков. Петя весит столько же, сколько весят 4 кошки. А 2 кошки и Петя вместе весят столько же, сколько весят 3 ящика. Сколько кошек уравновесят Васю?



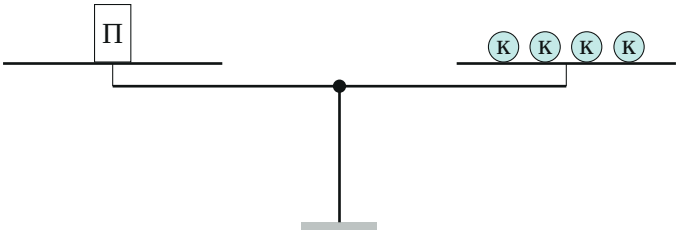
Первое условие: $m_В + m_П = 5m_я$

▲ **Решение.** **Что происходит.** «Весят столько же» — значит, лёжа на разных чашах равноплечих весов, уравновешивают друг друга: силы тяжести, а значит, и массы, равны. Каждое из трёх предложений условия — одно равенство масс. Неизвестных масс четыре (Вася, Петя, ящик, кошка), но спрашивают только отношение массы Васи к массе кошки, поэтому трёх равенств хватает. Класс задачи — равновесие рычажных весов, система уравнений на массы.

Обозначения. $m_В$, $m_П$, $m_я$, $m_к$ — массы Васи, Пети, одного ящика и одной кошки.

1. Три равенства. Весы равноплечие, поэтому равновесие означает равенство масс на чашах (правило рычага: $m_1gl = m_2gl$). Записываем условие:

$$m_В + m_П = 5m_я, \qquad m_П = 4m_к, \qquad 2m_к + m_П = 3m_я.$$

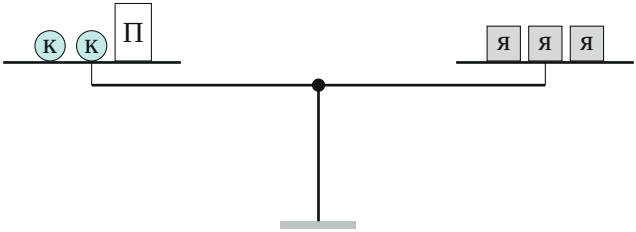


Второе условие: $m_П = 4m_к$

2. Ящик в кошках. Подставим второе равенство в третье — Петю заменим четырьмя кошками:

$$2m_к + 4m_к = 3m_я \quad \Rightarrow \quad m_я = 2m_к.$$

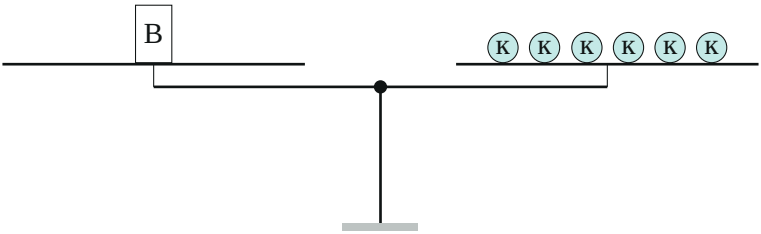
Ящик весит как две кошки.



Третье условие: $2m_к + m_П = 3m_я$*; заменив Петю четырьмя кошками, получим* $6m_к = 3m_я$

3. Вася в кошках. Из первого равенства:

$$m_В = 5m_я - m_П = 5 \cdot 2m_к - 4m_к = 6m_к.$$



Итог: Вася уравновешен шестью кошками

Проверка. Пусть кошка весит 5 кг. Тогда Петя — 20 кг, ящик — 10 кг, Вася — 30 кг. Первое условие: $30 + 20 = 50 = 5 \cdot 10$ — верно; третье: $2 \cdot 5 + 20 = 30 = 3 \cdot 10$ — верно. Знак разумный: старший брат Вася (30 кг) тяжелее младшего Пети (20 кг), как и должно быть.

Смысл: из трёх «весовых» равенств исключили две лишние массы (Пети и ящика) — осталась связь Васи с кошкой.

Ответ. 6 кошек: $m_{\text{В}} = 6m_{\text{к}}$.