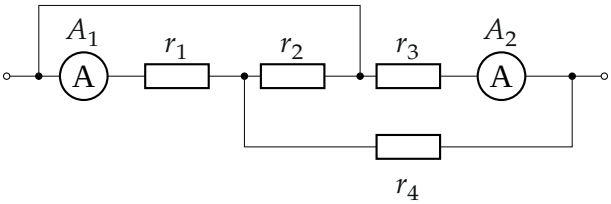
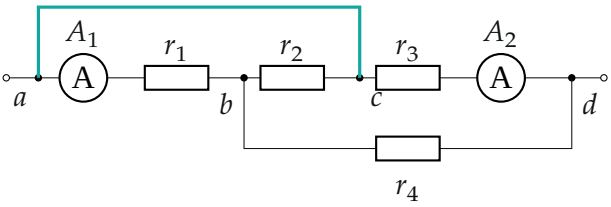
# Два амперметра и четыре резистора

**Задача 4.** [Росатом 2018/19, отборочный этап, 9 класс, задача 4] На рисунке приведена схема участка электрической цепи, содержащего два идеальных амперметра (с нулевым сопротивлением) и четыре резистора — $r_1$, $r_2$, $r_3$ и $r_4$. Известно, что амперметр A1 показывает силу тока $I_1 = 1$ А. Найти показания второго амперметра, если $r_1 = r$, $r_2 = 2r$, $r_3 = 3r$, $r_4 = r$.




▲ **Решение. Что происходит.** Идеальный амперметр и провод имеют нулевое сопротивление, поэтому точки, соединённые проводом, имеют одинаковый потенциал и их можно считать одним узлом. Верхний провод соединяет левый вход прямо с точкой между $r_2$ и $r_3$. Если это увидеть и перерисовать схему, она становится простой: смешанное соединение, считаемое законом Ома. Класс задачи — расчёт цепи постоянного тока, перерисовка схемы по узлам.

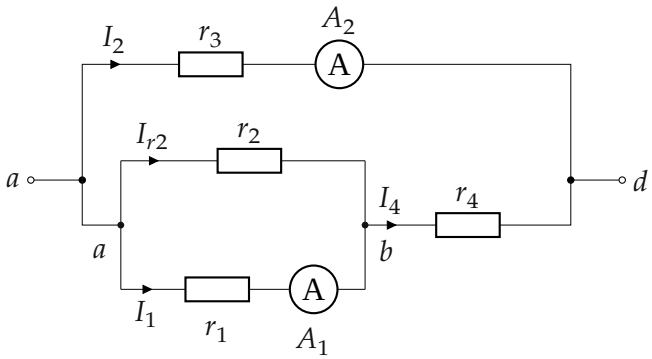
**Обозначения.** Узлы $a$, $b$, $c$, $d$ — как на рисунке ниже; $U$ — напряжение между входом и выходом; $I_1$ — ток через A1 и $r_1$, $I_{r2}$, $I_4$ — токи через $r_2$, $r_4$; $I_2$ — ток через $r_3$ и A2.




*Узлы схемы. Бирюзовый провод соединяет a и c: это один узел, $\varphi_a = \varphi_c$*

**1. Перерисовка по узлам.** Узлы $a$ и $c$ совпадают. Тогда между $a$ и $b$ включены две ветви: A1 с $r_1$ и резистор $r_2$ (он идёт от $c = a$ к $b$) —

параллельно. От $b$ к $d$ — $r_4$. От $c = a$ к $d$ — $r_3$ с А2. Получаем схему: верхняя ветвь $r_3$ + А2; нижняя — $(r_1 \parallel r_2)$ последовательно с $r_4$; обе подключены к $a$ и $d$.




*Та же цепь, перерисованная по узлам: соединения не изменились, изменилось только расположение элементов*

**2. Напряжение на параллельном участке.** Закон Ома для участка $r_1$ (амперметр А1 сопротивления не имеет):

$$U_{ab} = I_1 r_1.$$

На $r_2$ то же напряжение (он подключён к тем же узлам $a$ и $b$), поэтому

$$I_{r2} = \frac{U_{ab}}{r_2} = I_1 \frac{r_1}{r_2} = \frac{I_1}{2}.$$

**3. Ток через $r_4$.** Правило токов для узла $b$: втекают $I_1$ и $I_{r2}$, вытекает $I_4$:

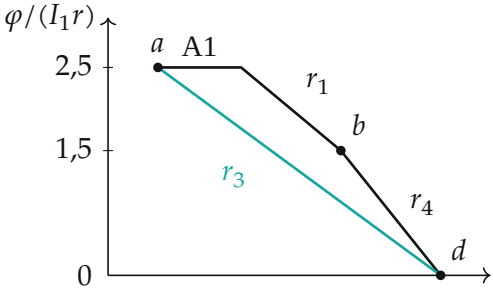
$$I_4 = I_1 + I_{r2} = I_1\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) = \frac{3}{2} I_1.$$

**4. Напряжение на всём участке и ток $I_2$.** По нижней ветви:

$$U = U_{ab} + I_4 r_4 = I_1 r_1 + I_1\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) r_4 = I_1 r + \frac{3}{2} I_1 r = \frac{5}{2} I_1 r.$$

Верхняя ветвь подключена к тем же $a$ и $d$; закон Ома для $r_3$:

$$I_2 = \frac{U}{r_3} = \frac{I_1(r_1 + r_4(1 + r_1/r_2))}{r_3} = \frac{5I_1 r/2}{3r} = \frac{5}{6} I_1 \approx 0{,}83 \text{ А}.$$




*Потенциалы вдоль двух путей от $a$ к $d$ ($\varphi_d = 0$): по нижнему — через A1 (падения нет), $r_1$ и $r_4$; по верхнему — через $r_3$. Оба пути приходят в $d$ — напряжение одно, $U = 2{,}5\, I_1 r$*

Обратите внимание: в исходной схеме $r_1$ и $r_2$ стоят «друг за другом» по рисунку, но соединены параллельно: всё решает провод, замыкающий $a$ на $c$.

**Проверка.** Размерность: $\frac{\text{А} \cdot \text{Ом}}{\text{Ом}} = \text{А}$. Второй способ — через сопротивления: нижняя ветвь $\frac{r \cdot 2r}{3r} + r = \frac{5}{3}r$, ток в ней $\frac{3U}{5r}$, из него через $r_1$ идёт доля $\frac{r_2}{r_1 + r_2} = \frac{2}{3}$: $I_1 = \frac{2U}{5r}$, $I_2 = \frac{U}{3r}$, $\frac{I_2}{I_1} = \frac{5}{6}$ — совпало. Ток на входе $I_2 + I_4 = \frac{5}{6} + \frac{3}{2} = \frac{7}{3}$ А.

Смысл: после перерисовки схема — две ветви между одними узлами, и токи в них обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей ($3r$ и $\frac{5}{3}r$).

**Ответ.** $I_2 = \frac{5}{6} I_1 \approx 0{,}83$ А.