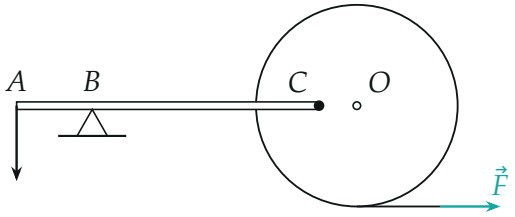
Блок и рычаг

Задача 2. [Росатом 2018/19, заключительный этап, 7 класс, задача 2] На легкий блок намотана нить, которую тянут с силой $F = 10$ Н. К точке блока C шарнирно прикреплен конец невесомого рычага, опирающегося в точке B на точечную опору (см. рисунок). Какой силой нужно действовать на второй конец рычага, чтобы вся конструкция находилась в равновесии? $AB : BC : CO = 2 : 6 : 1$. Радиус блока в три раза меньше полной длины рычага.

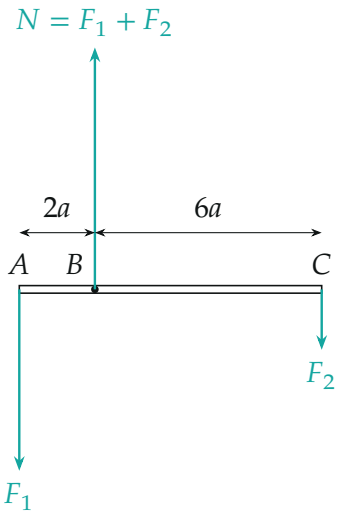


▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на равновесие двух связанных тел, каждое из которых может вращаться: рычаг — вокруг опоры B, блок — вокруг своей оси O. Главная идея: для каждого тела записать правило моментов относительно его неподвижной точки (тогда силы реакции опоры и оси в уравнение не войдут), а связь между телами — третий закон Ньютона в шарнире C.

Обозначения. a — одна «часть» длины, так что $AB = 2a$, $BC = 6a$, $CO = a$; длина рычага $AC = 8a$; R — радиус блока, $R = \frac{1}{3} \cdot 8a = \frac{8}{3}a$; F_1 — искомая сила на конец A; F_2 — сила, с которой блок действует на рычаг в точке C.

1. Направление сил в шарнире. На рычаг действуют три силы: F_1 в точке A, сила опоры в B и сила F_2 от блока в C. Опора точечная, её сила направлена по нормали к рычагу — вертикально; силу на конце A тоже прикладываем вертикально (как на рисунке). Тогда по второму закону Ньютона в проекции на горизонталь у силы F_2 нет горизонтальной составляющей: F_2 вертикальна. Какой знак: нить тянет низ блока вправо, блок стремится повернуться против часовой стрелки, левая точка C

блока идёт вниз и давит на рычаг вниз. Поэтому F_2 на рычаг направлена вниз, а на блок со стороны рычага — вверх, $F_2' = F_2$ (третий закон Ньютона).



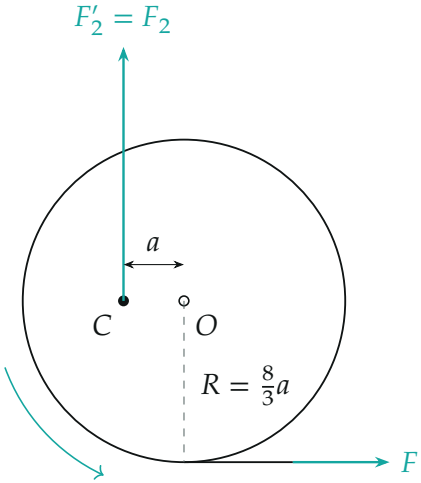
Силы на рычаг: плечо F_1 относительно опоры — $2a$, плечо F_2 — $6a$

2. Равновесие рычага. Запишем правило моментов для рычага относительно опоры B (сила опоры N момента не даёт). Сила F_1 на плече AB поворачивает рычаг против часовой стрелки, сила F_2 на плече BC — по часовой:

$$F_1 \cdot AB = F_2 \cdot BC \quad \Rightarrow \quad F_1 \cdot 2a = F_2 \cdot 6a \quad \Rightarrow \quad F_1 = 3F_2.$$

3. Равновесие блока. Запишем правило моментов для блока относительно его оси O (сила реакции оси момента не даёт). Нить касается блока снизу, сила F направлена по касательной, её плечо — радиус R. Сила рычага F_2' вертикальна и приложена в точке C, лежащей на горизонтали через O; её плечо — $CO = a$:

$$F \cdot R = F_2 \cdot CO \quad \Rightarrow \quad F_2 = F\,\frac{R}{CO} = F \cdot \frac{8a/3}{a} = \frac{8}{3}F.$$



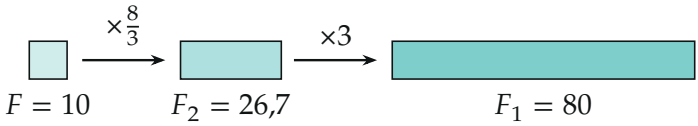
Силы на блок с плечами относительно оси O: момент силы F (плечо R) уравновешен моментом силы рычага (плечо a)

4. Ответ. Подставим F_2 в результат шага 2:

$$F_1 = 3F_2 = 3 \cdot \frac{8}{3} F = 8F = 80 \text{ Н}.$$

Сила на конец A направлена вертикально вниз.

Обратите внимание: плечо силы F — радиус блока, а не расстояние от O до точки C; нить касается блока, и линия действия F проходит на расстоянии R от оси. А шарнир C близко к оси, поэтому блок здесь работает как рычаг с выигрышем в силе $R/CO = 8/3$.



Цепочка выигрышей в силе (в ньютонах): блок даёт $8/3$, рычаг — ещё 3, всего 8

Проверка. Размерность: $F_1 = 8F$ — сила. Второй способ — через работу (золотое правило механики). Повернём блок на малый угол φ: нить уходит на $R\varphi$, точка C смещается по вертикали на $a\varphi$, конец A рычага

— на $a\varphi \cdot \frac{AB}{BC} = \frac{a\varphi}{3}$. Работы сил F и F_1 равны: $F \cdot R\varphi = F_1 \cdot \frac{a\varphi}{3}$, откуда $F_1 = \frac{3R}{a} F = 3 \cdot \frac{8}{3} F = 8F$ — то же. Предел: если бы шарнир C был на ободе ($CO = R$), блок не давал бы выигрыша, и $F_1 = 3F$.

Смысл: конструкция — два рычага подряд; выигрыши в силе перемножаются: $\frac{R}{CO} \cdot \frac{BC}{AB} = \frac{8}{3} \cdot 3 = 8$.

Ответ. $F_1 = 3 \cdot \dfrac{R}{CO} F = 8F = 80$ Н, направлена вертикально вниз.