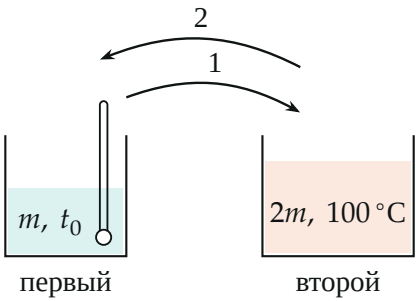
Два калориметра и термометр

Задача 4. [Росатом 2018/19, заключительный этап, 9 класс, задача 4] Имеется два калориметра, в которые налито: масса воды m комнатной температуры в один, и масса $2m$ кипящей воды — в другой. Очень точный термометр, опущенный в первый калориметр, показал температуру $t_0 = 20{,}4\,^\circ\text{C}$. Затем термометр опускают во второй калориметр, и он показывает температуру $t_2 = 99{,}7\,^\circ\text{C}$. Какую температуру покажет термометр, если его вынуть из второго калориметра и сразу же опустить в первый? Атмосферное давление — нормальное, теплоемкости калориметров и потери тепла пренебрежимо малы.



Поясняющий рисунок: термометр сначала переносят в кипяток (1), потом обратно в первый калориметр (2)

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на уравнение теплового баланса с учётом теплоёмкости самого термометра. Кипящая вода при нормальном давлении имеет температуру $100\,^\circ\text{C}$, а «очень точный» термометр показал $99{,}7\,^\circ\text{C}$. Значит, термометр, нагреваясь, забрал у кипятка теплоту и охладил его на $0{,}3\,^\circ\text{C}$. Из этого опыта находим теплоёмкость термометра, а затем записываем тепловой баланс, когда горячий термометр опускают в холодную воду.

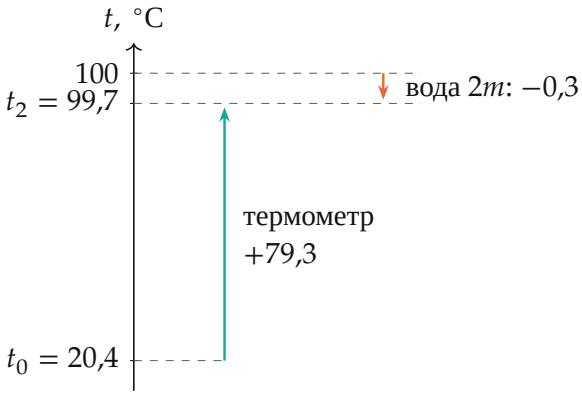
Обозначения. C_0 — теплоёмкость термометра; c — удельная теплоёмкость воды; $t_\text{к} = 100\,^\circ\text{C}$ — температура кипения воды при нормальном давлении; t_x — искомое показание.

1. Теплоёмкость термометра. Термометр, побывавший в первом калориметре, имеет температуру t_0. Во втором калориметре термометр и

вода приходят к общей температуре t_2. Запишем уравнение теплового баланса (закон сохранения энергии для системы «вода второго калориметра + термометр», теплообмена с окружением нет): теплота, отданная водой, равна теплоте, полученной термометром,

$$c \cdot 2m\,(t_к - t_2) = C_0\,(t_2 - t_0) \quad \Rightarrow \quad C_0 = \frac{2mc\,(t_к - t_2)}{t_2 - t_0}.$$

Числа: $\dfrac{C_0}{mc} = \dfrac{2 \cdot 0{,}3}{79{,}3} = 0{,}00757$. Теплоёмкость термометра — как у воды массой $0{,}0076\,m$; поэтому вода остывает всего на 0,3 градуса, а термометр нагревается на 79,3 градуса.



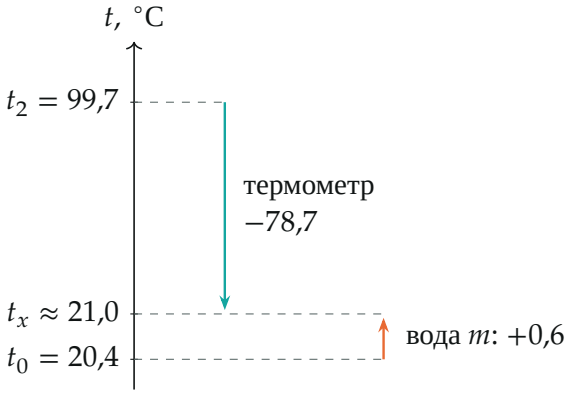
Опыт 1: термометр нагревается на 79,3 градуса, кипяток остывает на 0,3 градуса (шкала не в масштабе)

2. Термометр возвращают в холодную воду. Теперь у термометра температура t_2, у воды первого калориметра — по-прежнему t_0 (термометр перед этим был с ней в равновесии и ничего у неё не взял). Термометр остывает, вода нагревается до общей температуры t_x. Уравнение теплового баланса для системы «вода первого калориметра + термометр»:

$$C_0\,(t_2 - t_x) = cm\,(t_x - t_0) \quad \Rightarrow \quad t_x = \frac{C_0 t_2 + cm\,t_0}{C_0 + cm}.$$

Это среднее температур, взвешенное по теплоёмкостям. Подставим C_0:

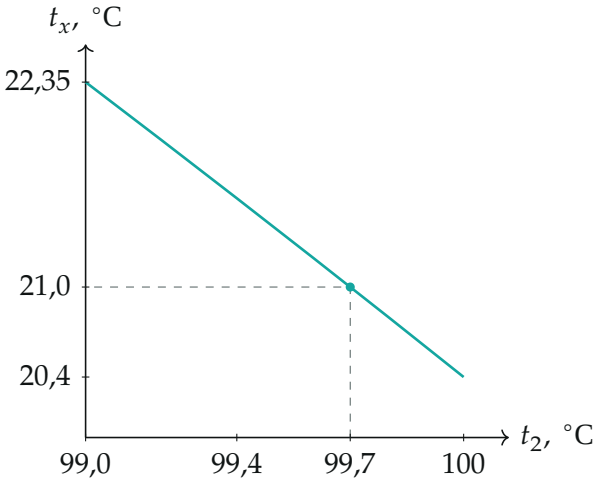
$$t_x = \frac{t_0(t_2 - t_0) + 2t_2(t_к - t_2)}{t_2 - t_0 + 2(t_к - t_2)} = \frac{20{,}4 \cdot 79{,}3 + 2 \cdot 99{,}7 \cdot 0{,}3}{79{,}3 + 0{,}6}\,^\circ\text{C} = 20{,}995\,^\circ\text{C} \approx 21{,}0\,^\circ\text{C}.$$



Опыт 2: термометр отдаёт почти всё, что набрал, воде массой m (шкала не в масштабе)

3. Второй способ — оценка «в уме». Термометр в опыте 1 забрал у воды $2m$ теплоту $Q = c \cdot 2m \cdot 0{,}3 = cm \cdot 0{,}6$ (градус). В опыте 2 он остывает почти до t_0 и отдаёт почти всю эту теплоту воде массой m — вдвое меньшей, чем та, у которой он её взял. Поэтому вода нагреется примерно на $2 \cdot 0{,}3 = 0{,}6$ градуса: $t_x \approx 20{,}4 + 0{,}6 = 21{,}0\,^\circ$C. Точнее, термометр не доостывает до t_0 на 0,6 градуса из 79,3, и нагрев воды меньше в $1 + C_0/(cm) = 1{,}0076$ раза: 0,595 градуса — тот же ответ.

Обратите внимание: без учёта теплоёмкости термометра задачу не решить — вся информация о нём «спрятана» в том, что он показал 99,7, а не 100 °C. Нормальное атмосферное давление сказано как раз затем, чтобы мы знали температуру кипятка.



Показание t_x при разных показаниях t_2 в кипятке (по точкам формулы шага 2). При $t_2 = 100\,°C$ термометр не забирал бы теплоты, и $t_x = t_0$

Проверка. Размерность: t_x — отношение (температура × температура) к температуре, то есть температура. Предел: если $t_2 = t_к$ (теплоёмкость термометра ничтожна), формула даёт $t_x = t_0$ — вода не нагреется, как и должно быть. Знак: $t_0 < t_x < t_2$ — общая температура лежит между начальными. Числа в опыте 2 сходятся: термометр отдаёт $C_0 \cdot 78{,}7 = 0{,}00757 \cdot 78{,}7\,cm = 0{,}596\,cm$, вода получает $cm \cdot 0{,}595$.

Смысл: термометр — это маленькое тело со своей теплоёмкостью; он переносит теплоту из кипятка в холодную воду, и чем меньше воды, тем заметнее её нагрев.

Ответ. $t_x = \dfrac{t_0(t_2 - t_0) + 2t_2(t_к - t_2)}{t_2 - t_0 + 2(t_к - t_2)} \approx 21{,}0\,°C.$