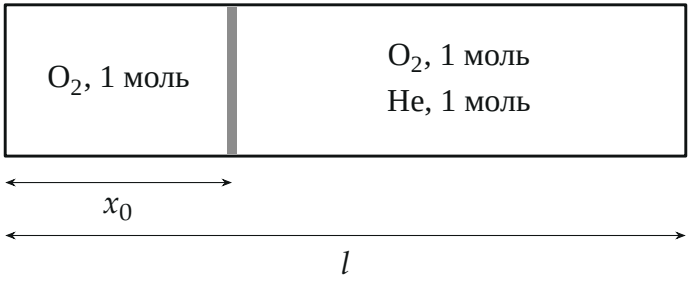
Перегородка, проницаемая для гелия

Задача 2. [Росатом 2019/20, отборочный этап, 11 класс, площадка 2, задача 2] Горизонтальный цилиндрический сосуд длиной l разделён на две части подвижной перегородкой. С одной стороны от перегородки содержится 1 моль кислорода, с другой — 1 моль гелия и 1 моль кислорода, а перегородка находится в равновесии. В некоторый момент времени перегородка становится проницаемой для гелия и остаётся непроницаемой для кислорода. Найти перемещение перегородки. Температура не меняется в течение всего процесса.



Поясняющий рисунок: начальное состояние, перегородка в равновесии на расстоянии x_0 от левого торца

▲ **Решение. Что происходит.** Сначала перегородка стоит там, где полные давления газов слева и справа равны. Когда она становится проницаемой для гелия, гелий медленно проходит сквозь неё, пока его концентрации (и парциальные давления) по обе стороны не сравняются. Гелий, свободно проходящий сквозь перегородку, в итоге давит на неё с обеих сторон одинаково, и равновесие перегородки определяет только кислород. Класс задачи — смесь газов и закон Дальтона: давление складывается из парциальных давлений, полупроницаемая перегородка «чувствует» только газ, который она не пропускает.

Обозначения. S — площадь сечения сосуда, T — температура, x — расстояние от перегородки до левого торца (слева — чистый кислород), x_0 и x_1 — её начальное и конечное положения, $\nu = 1$ моль.

1. Начальное положение. Условие равновесия перегородки — равенство полных давлений слева и справа. По закону Дальтона давление смеси справа — сумма парциальных давлений, а давление каждого газа — из уравнения Менделеева — Клапейрона $p = \nu RT/V$:

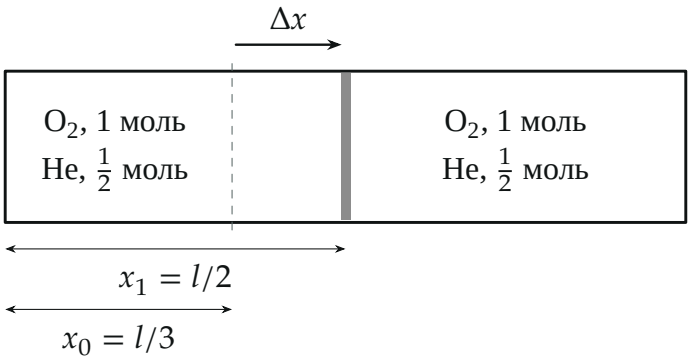
$$\frac{\nu RT}{Sx_0} = \frac{2\nu RT}{S(l - x_0)} \quad \Rightarrow \quad l - x_0 = 2x_0, \qquad x_0 = \frac{l}{3}.$$

Справа вдвое больше молей — и объём вдвое больше.

2. Конечное положение. Гелий проходит сквозь перегородку, пока его концентрация по обе стороны не станет одинаковой: гелий занимает весь сосуд, и его парциальное давление слева и справа одно и то же, $p_{\text{He}} = \nu RT/(Sl)$, при любом положении перегородки. Силы давления гелия на перегородку с двух сторон равны и взаимно уничтожаются. Значит, перегородка в равновесии, только когда равны парциальные давления кислорода:

$$\frac{\nu RT}{Sx_1} = \frac{\nu RT}{S(l - x_1)} \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{l}{2}.$$

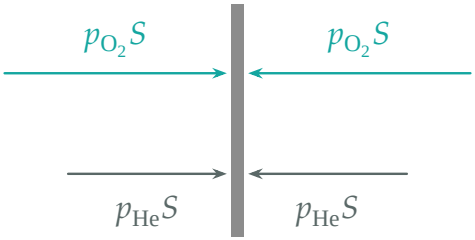
По одному молю кислорода с каждой стороны — объёмы равны, перегородка посередине.



Конечное состояние: гелий поровну по объёму всего сосуда, кислород не перешёл, перегородка (сплошная) сместилась из начального положения (пунктир) на Δx

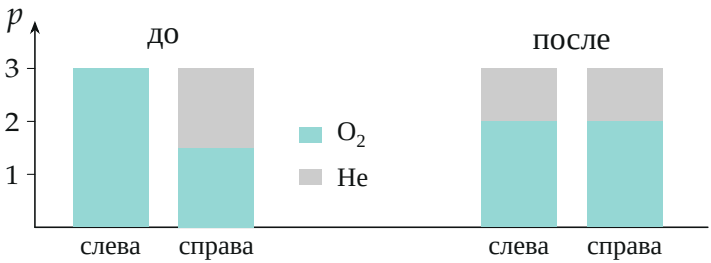
3. Перемещение. Перегородка сдвинулась в сторону части, где был гелий:

$$\Delta x = x_1 - x_0 = \frac{l}{2} - \frac{l}{3} = \frac{l}{6}.$$



Силы на перегородку в конце: давления кислорода равны (это и задаёт её положение), давления гелия равны при любом положении

Сводка давлений. В единицах $RT/(Sl)$ давления до и после: слева кислород $3 \to 2$, гелий $0 \to 1$; справа кислород $\frac{3}{2} \to 2$, гелий $\frac{3}{2} \to 1$. Полное давление с обеих сторон до и после одно и то же — $3RT/(Sl)$: в сосуде те же 3 моль в том же объёме при той же температуре.



Парциальные давления в единицах $RT/(Sl)$ до и после: полное давление по обе стороны не меняется, перераспределяется только состав

Обратите внимание: перегородку двигает не изменение полного давления (оно в итоге то же), а то, что гелий перестал на неё давить «односторонне». Учитывать в условии равновесия нужно только газ, который перегородка не пропускает.

Проверка. Размерность: Δx — длина. Предельный случай: если бы справа гелия не было, перегородка с самого начала стояла бы посередине и не сдвинулась бы — формула пункта 1 даёт $x_0 = l/2$, $\Delta x = 0$.

Второй способ для конца: полные давления равны, а гелия слева x_1/l моль (пропорционально объёму):

$$\frac{1+x_1/l}{x_1}=\frac{2-x_1/l}{l-x_1}\quad\Rightarrow\quad 1-\frac{x_1^2}{l^2}=\frac{2x_1}{l}-\frac{x_1^2}{l^2},\qquad x_1=\frac{l}{2}.$$

Ответ. Перегородка сместится в сторону части, где был гелий, на $\Delta x=\dfrac{l}{6}$ (из положения $l/3$ от торца с кислородом в середину сосуда).