Три силы на одной прямой

Задача 4. [Росатом 2019/20, отборочный этап, 7 класс, задача 4] На тело вдоль одной прямой действуют силы f_1, f_2 и f_3, равнодействующая которых равна $F = 20$ Н. Если направление силы f_1 изменить на противоположное (не меняя величину), равнодействующая трёх сил не изменит направление, но уменьшится на $\Delta F_1 = 8$ Н. Если изменить направление силы f_2, равнодействующая изменит направление и уменьшится на $\Delta F_2 = 6$ Н. Найти величину и направление (по отношению к силе F) сил f_1, f_2 и f_3.

▲ **Решение. Что происходит.** Все силы на одной прямой, поэтому складываются их проекции на эту прямую — числа со знаком. Перевернуть силу — значит сменить знак её проекции; равнодействующая при этом меняется на удвоенную проекцию. Так каждое изменение сразу даёт одну из сил. Класс задачи — сложение сил на одной прямой через проекции.

Обозначения. Ось x направим по $\vec{F}$. f_{1x}, f_{2x}, f_{3x} — проекции сил на ось (знак говорит о направлении: плюс — как $\vec{F}$). Проекция исходной равнодействующей $F_x = F = 20$ Н.



Тело и равнодействующая $\vec{F}$ (масштаб: 1 см на 4 Н); ось x — по $\vec{F}$

1. Исходная сумма. Равнодействующая сил на одной прямой — сумма проекций:

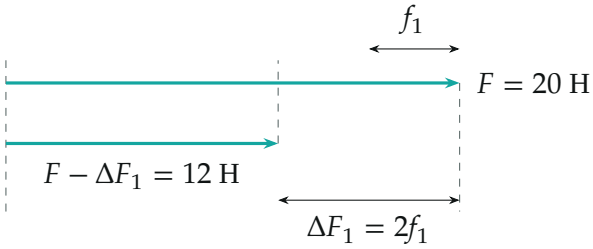
$$f_{1x} + f_{2x} + f_{3x} = F. \qquad (1)$$

2. Переворачиваем f_1. Проекция f_{1x} меняет знак, равнодействующая не меняет направления и становится $F - \Delta F_1$:

$$-f_{1x} + f_{2x} + f_{3x} = F - \Delta F_1. \qquad (2)$$

Вычтем (2) из (1):

$$2f_{1x} = \Delta F_1 \quad \Rightarrow \quad f_{1x} = \frac{\Delta F_1}{2} = 4 \text{ Н}.$$



Переворот f_1: сначала она «убирается» из суммы ($-f_1$), потом добавляется в обратную сторону (ещё $-f_1$) — всего $2f_1 = \Delta F_1$

Плюс: сила f_1 направлена так же, как $\vec{F}$. И это понятно без счёта: равнодействующая уменьшилась, значит, перевернули силу, которая «помогала».

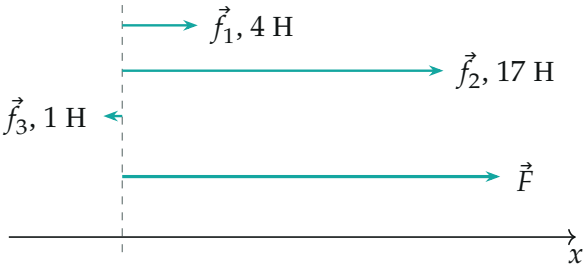
3. Переворачиваем f_2. Равнодействующая сменила направление и по модулю стала $F - \Delta F_2$, поэтому её проекция отрицательна:

$$f_{1x} - f_{2x} + f_{3x} = -(F - \Delta F_2). \qquad (3)$$

Вычтем (3) из (1):

$$2f_{2x} = 2F - \Delta F_2 \quad \Rightarrow \quad f_{2x} = F - \frac{\Delta F_2}{2} = 17 \text{ Н}.$$

Сила f_2 тоже направлена как $\vec{F}$.

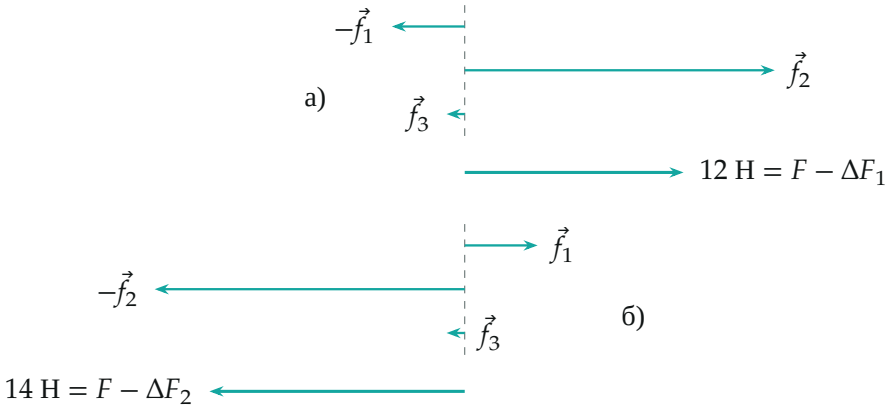


Найденные силы в масштабе (силы приложены к одному телу, разнесены по высоте, чтобы не сливались): $4 + 17 - 1 = 20$ Н

4. Третья сила. Из (1):

$$f_{3x} = F - f_{1x} - f_{2x} = \frac{\Delta F_2 - \Delta F_1}{2} = 20 - 4 - 17 = -1 \text{ Н}.$$

Минус: сила $f_3 = 1$ Н направлена противоположно $\vec{F}$.



Проверка по условию: а) перевернули f_1 — равнодействующая 12 Н в ту же сторону; б) перевернули f_2 — 14 Н в обратную

Обратите внимание: в третьем случае равнодействующая сменила направление, поэтому в правой части (3) стоит $-(F - \Delta F_2)$, а не $F - \Delta F_2$. С плюсом получилось бы $f_2 = 3$ Н, и при перевороте равнодействующая не сменила бы направления — противоречие условию.

Проверка. Подставим найденное: $-4 + 17 - 1 = 12 = 20 - 8$ Н, направление то же; $4 - 17 - 1 = -14$ Н, модуль $20 - 6 = 14$ Н, направление обратное. Всё как в условии.

Смысл: переворот силы меняет равнодействующую на её удвоенную величину, поэтому по каждому изменению сразу видна одна сила, а последняя — из исходной суммы.

Ответ. $f_1 = \dfrac{\Delta F_1}{2} = 4$ Н и $f_2 = F - \dfrac{\Delta F_2}{2} = 17$ Н — направлены так же, как F; $f_3 = \dfrac{\Delta F_1 - \Delta F_2}{2} = 1$ Н — противоположно F.