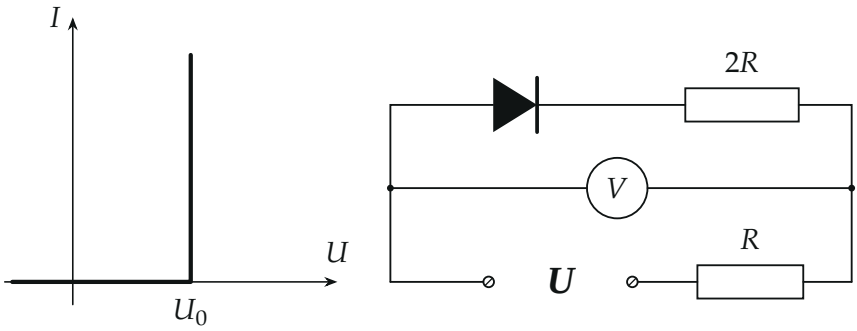
# Диод и вольтметр

**Задача 1.** [Росатом 2019/20, заключительный этап, 11 класс, задача 1] Схема электрической цепи представлена на рисунке. Вольтметр и источник в ней идеальные, вольтамперная характеристика диода (зависимость тока через диод от напряжения на нём) показана на рисунке. Здесь напряжение считается положительным, если падение потенциала происходит в направлении стрелки в обозначении диода. Построить график зависимости показаний вольтметра $U_V$ в зависимости от напряжения на входе цепи $U$. Найти показания вольтметра при напряжении на входе цепи $5U_0$ (разной полярности). Сопротивления резисторов даны на схеме.




*Слева — вольтамперная характеристика диода, справа — схема цепи*

▲ **Решение.** **Что происходит.** Диод здесь — «клапан с порогом». Пока напряжение на нём в направлении стрелки меньше $U_0$, тока нет, и диод ведёт себя как разрыв провода. Когда напряжение на диоде достигает $U_0$, ток может быть любым, а напряжение на диоде остаётся равным $U_0$ — это вертикальный участок вольтамперной характеристики (ВАХ). Вольтметр идеальный и тока не берёт. Это цепь с нелинейным элементом, для неё работает один приём: предположить состояние диода, посчитать цепь и проверить, что предположение не противоречит ВАХ. Состояний два — «закрыт» и «открыт».

**Обозначения.** $U$ — напряжение на входе цепи, положительное, если потенциал левой клеммы выше правой (тогда потенциал в диоде падает

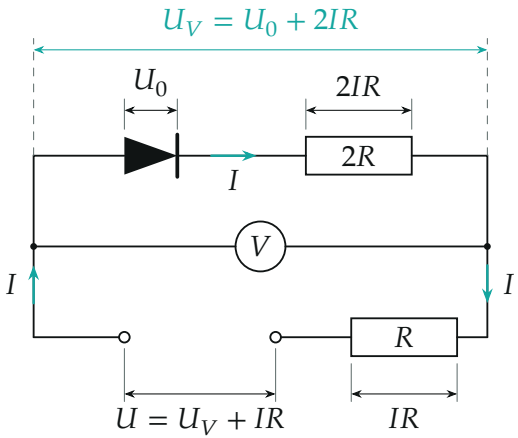
по стрелке); $I$ — ток через резистор $R$; $U_д$ — напряжение на диоде в направлении стрелки; $U_V$ — показание вольтметра.

**Пункт 1. График $U_V(U)$.**

**1. Как включены элементы.** Вольтметр подключён к левому и правому узлам цепи, а между этими же узлами стоит ветвь из диода и резистора $2R$. Значит, вольтметр показывает напряжение на ветви «диод + $2R$». Через вольтметр ток не идёт, поэтому весь ток $I$ входной цепи проходит последовательно через $R$, диод и $2R$. Запишем два соотношения для напряжений:

$$U_V = U_д + 2RI, \qquad U = U_V + RI = U_д + 3RI.$$

Первое — напряжение на ветви «диод + $2R$», второе — напряжение на входе цепи, которое делится между этой ветвью и резистором $R$. Неизвестных три ($I$, $U_д$, $U_V$), уравнений два, третье уравнение даёт ВАХ диода.




*Цепь с током $I$: напряжение на входе складывается из $U_0$, $2IR$ и $IR$ (рисунок для открытого диода)*

**2. Диод закрыт.** Предположим, что ток через диод равен нулю: $I = 0$. По ВАХ это возможно, пока $U_д < U_0$ (включая все отрицательные напряжения). Из второго соотношения при $I = 0$ получаем $U_д = U$: всё входное напряжение приходится на диод, а на резисторах напряжение

равно нулю. Предположение согласуется с ВАХ при $U < U_0$. Показание вольтметра по первому соотношению

$$U_V = U_д + 2R \cdot 0 = U.$$

Вольтметр подключён параллельно диоду и резистору $2R$, на которых нет тока, и видит ровно входное напряжение.

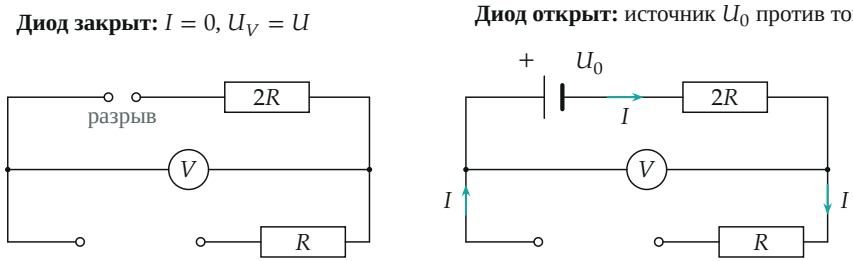
**3. Диод открыт.** Теперь предположим, что в диоде течёт ток $I > 0$. По вертикальному участку ВАХ напряжение на диоде при этом $U_д = U_0$. Второе соотношение даёт

$$U = U_0 + 3RI \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U - U_0}{3R}.$$

Условие $I > 0$ означает $U > U_0$: предположение согласуется с ВАХ при $U > U_0$. Показание вольтметра

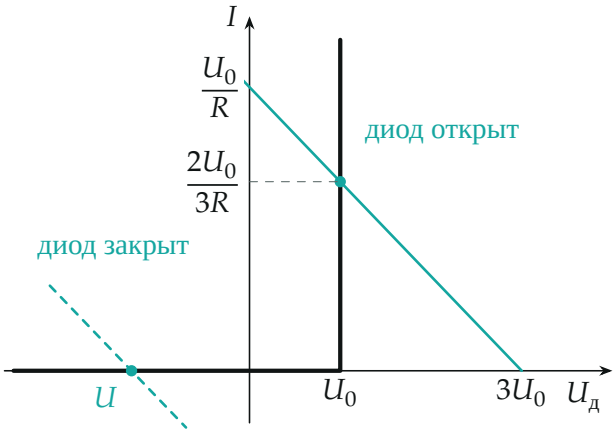
$$U_V = U_0 + 2RI = U_0 + \frac{2}{3}(U - U_0) = \frac{2}{3}U + \frac{1}{3}U_0.$$

Смысл такой: открытый диод — это источник напряжения $U_0$, включённый против тока. Избыток $U - U_0$ делится между двумя последовательными резисторами $R$ и $2R$ в отношении $1 : 2$, и вольтметр показывает $U_0$ плюс долю $2/3$ избытка. Эквивалентные схемы обоих состояний — на рисунке ниже.




*Эквивалентные схемы: закрытый диод (слева) — разрыв цепи, открытый диод (справа) — источник напряжения $U_0$ против тока (длинная пластина — плюс)*

**4. Тот же результат графически.** ВАХ диода — одна кривая, а остальная цепь (источник $U$ и резисторы $R$, $2R$) даёт вторую связь $I = (U - U_д)/(3R)$ — «нагрузочную прямую» с наклоном $-1/(3R)$. Режим цепи — точка пересечения этой прямой с ВАХ. Для $U = 3U_0$ прямая пересекает вертикальный участок в точке с током $I = 2U_0/(3R)$, диод открыт. Для $U < U_0$ прямая пересекает ВАХ на горизонтальном участке: $I = 0$, $U_д = U$.




*Нагрузочные прямые для $U = 3U_0$ (сплошная) и для $U < U_0$ (пунктир) на фоне ВАХ диода*

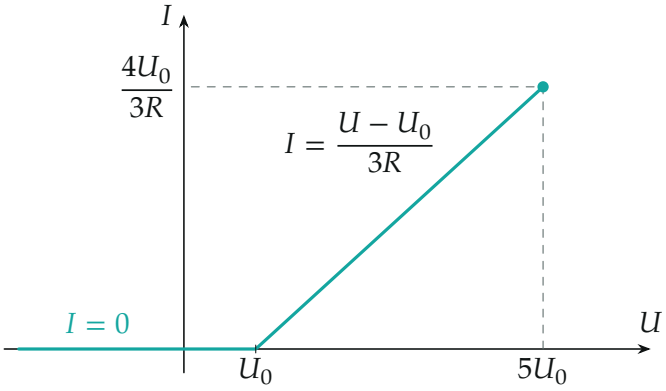
**Пункт 2. Показания при $U = \pm 5U_0$.**

**5. Отрицательное напряжение $U = -5U_0$.** Это меньше $U_0$, диод закрыт (напряжение на нём $-5U_0$, ток через него в обратную сторону не идёт, как и показывает ВАХ). Значит, $I = 0$ и

$$U_V = U = -5U_0.$$

**6. Положительное напряжение $U = 5U_0$.** Это больше $U_0$, диод открыт, ток $I = (5U_0 - U_0)/(3R) = 4U_0/(3R)$, показание

$$U_V = U_0 + 2R \cdot \frac{4U_0}{3R} = U_0 + \frac{8}{3}U_0 = \frac{11}{3}U_0 \approx 3{,}67\,U_0.$$




*Ток через цепь: пока диод закрыт, тока нет, после $U_0$ ток растёт линейно с наклоном $1/(3R)$*

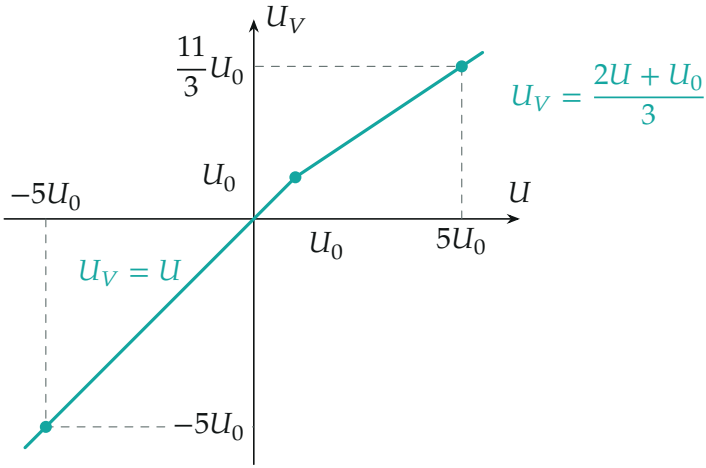



*График $U_V(U)$: до $U_0$ наклон 1, после $U_0$ наклон 2/3; точки $U = \pm 5U_0$ отмечены*

**Проверка.** Размерность: $2R \cdot U_0/R$ — напряжение, $U_V$ и $U_0$ — в вольтах. Непрерывность: при $U = U_0$ оба выражения дают $U_V = U_0$, на графике излом без скачка — так и должно быть, ведь ток растёт с нуля. Предел $U \to \infty$: показание стремится к $\frac{2}{3}U$, то есть к делителю напряжения $R$ и $2R$ (пороговым напряжением $U_0$ можно пренебречь). Численная проверка: решение уравнения $U = U_д + 3RI(U_д)$ для очень крутой гладкой ВАХ даёт $U_V(-5U_0) = -5U_0$ и $U_V(5U_0) = 3{,}667\,U_0$.

Показание вольтметра растёт после $U_0$ медленнее входного напряжения: часть прироста падает на резисторе $R$ вне ветви с вольтметром, а на диоде напряжение больше не растёт.

**Ответ.** $U_V = U$ при $U < U_0$ и $U_V = \frac{2}{3}U + \frac{1}{3}U_0$ при $U > U_0$ (график — ломаная с изломом в точке $U = U_0$); при $U = -5U_0$ показание $U_V = -5U_0$, при $U = 5U_0$ показание $U_V = \frac{11}{3}U_0$.