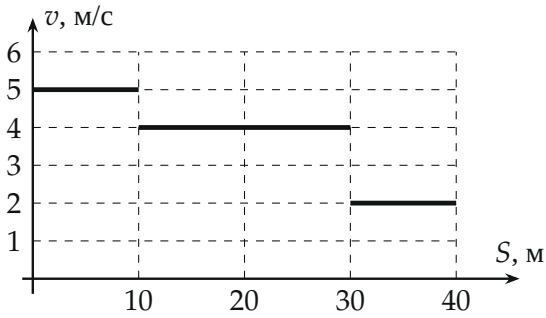
Путь по графику v(S)

Задача 1. [Росатом 2019/20, 7 класс, задача 1] На рисунке показан график зависимости скорости автомобиля v (в метрах в секунду) от пройденного им пути S (в метрах). Какой путь автомобиль прошел за первые 11 секунд своего движения?

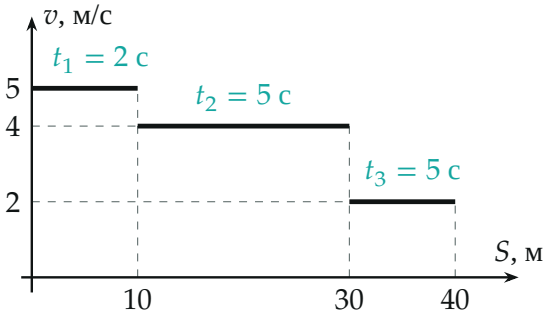


▲ **Решение. Что происходит.** На графике по горизонтали отложен не время, а путь. Скорость постоянна на каждом из трёх участков пути, поэтому на каждом участке движение равномерное, и время на участке — путь, делённый на скорость. Класс задачи — кинематика по графику: переводим график $v(S)$ в моменты времени, находим, на каком участке окажется автомобиль к $t = 11$ с, и досчитываем путь на этом участке.

Обозначения. $S_1 = 10$ м, $S_2 = 20$ м, $S_3 = 10$ м — длины участков; $v_1 = 5$ м/с, $v_2 = 4$ м/с, $v_3 = 2$ м/с — скорости на них; t_1, t_2, t_3 — времена прохождения участков; $t = 11$ с.

1. Время на каждом участке. На участке с постоянной скоростью путь равен скорости, умноженной на время, $S_i = v_i t_i$, отсюда

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{10}{5} = 2 \text{ с}, \qquad t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{20}{4} = 5 \text{ с}, \qquad t_3 = \frac{S_3}{v_3} = \frac{10}{2} = 5 \text{ с}.$$



Тот же график, у каждого участка — время его прохождения

2. На каком участке автомобиль окажется к 11-й секунде. Первые два участка (30 м) пройдены за

$$t_1 + t_2 = 2 + 5 = 7 \text{ с}.$$

Все три участка — за $7 + 5 = 12$ с. Момент $t = 11$ с лежит между 7 и 12 с: автомобиль на третьем участке и едет по нему уже

$$\Delta t = t - (t_1 + t_2) = 11 - 7 = 4 \text{ с}.$$

3. Путь за 11 секунд. На третьем участке скорость $v_3 = 2$ м/с, за $\Delta t = 4$ с пройдено $v_3 \Delta t = 8$ м. Весь путь

$$S = S_1 + S_2 + v_3(t - t_1 - t_2) = 10 + 20 + 2 \cdot 4 = 38 \text{ м}.$$

4. Тот же ответ по графику $v(t)$**.** Перестроим график в обычные координаты «скорость — время»: 5 м/с от 0 до 2 с, 4 м/с от 2 до 7 с, 2 м/с от 7 до 12 с. Путь — площадь под графиком $v(t)$ от 0 до 11 с:

$$S = 5 \cdot 2 + 4 \cdot 5 + 2 \cdot 4 = 10 + 20 + 8 = 38 \text{ м}.$$

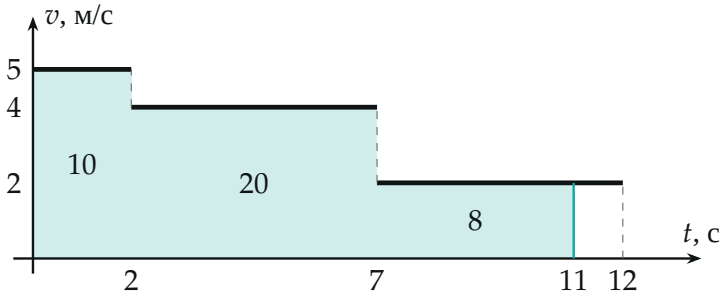
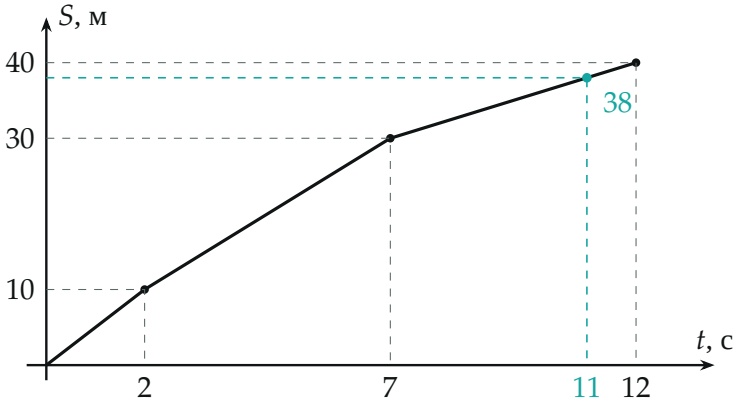


График $v(t)$: путь за 11 с — закрашенная площадь, числа — метры на каждом участке



Путь от времени: ломаная по вычисленным точкам; при $t = 11$ с путь 38 м

Обратите внимание. Нельзя считать по графику $v(S)$ «площадь под кривой»: произведение скорости на путь — не путь и не время. Площадь под графиком даёт путь только в координатах «скорость — время».

Проверка. Размерность: м/с · с = м. Пределы: 38 м меньше полного пути 40 м (до него осталась одна секунда при скорости 2 м/с — ровно 2 м) и больше 30 м, пройденных к 7-й секунде. Второй способ (площадь под $v(t)$) дал то же самое.

Ответ. $S = 38$ м.