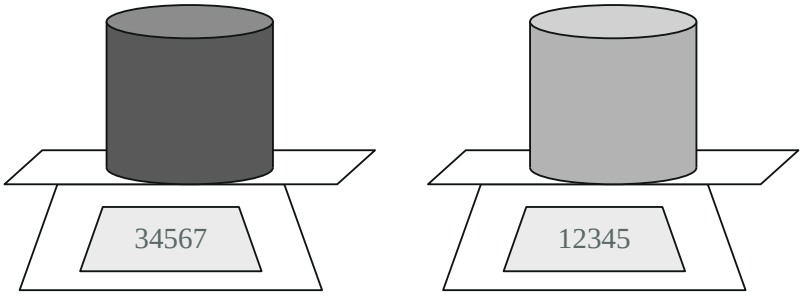
# Испаряющиеся жидкости на весах

**Задача 2.** [Росатом 2019/20, заключительный этап, 8 класс, площадка 1, задача 2] На двое весов поставили два одинаковых цилиндрических стакана и налили в них одинаковые объемы двух разных жидкостей. Разность показаний весов при этом составила $\Delta m$. Стаканы оставили открытыми, и жидкости начали испаряться. Известно, что скорость испарения (по объему) более тяжелой жидкости вдвое больше скорости испарения более легкой. Оказалось, что максимальная величина разности показаний весов составила $2\Delta m$. Найти отношение плотности более легкой жидкости к более тяжелой.

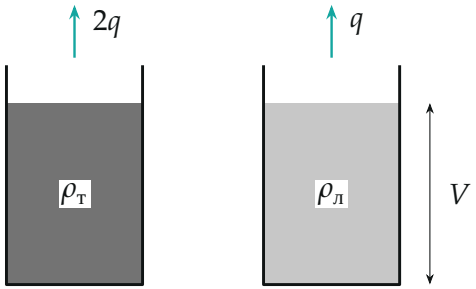



▲ **Решение. Что происходит.** Задача на плотность и равномерное убывание объёма. Разность показаний весов — это разность масс жидкостей: стаканы одинаковые, их массы сокращаются. Вначале тяжелее стакан с тяжёлой жидкостью, но она испаряется вдвое быстрее, поэтому разность сначала уменьшается, проходит через ноль и меняет знак. Главная идея — понять, в какой момент модуль разности наибольший.

**Обозначения.** $V$ — начальный объём каждой жидкости, $\rho_т$ и $\rho_л$ — плотности тяжёлой и лёгкой жидкостей ($\rho_т > \rho_л$). $q$ — объём лёгкой жидкости, испаряющийся за единицу времени; у тяжёлой — $2q$.

**1. Начальная разность.** Объёмы равны, массы стаканов равны, поэтому

$$\Delta m = \rho_т V - \rho_л V = (\rho_т - \rho_л)V.$$



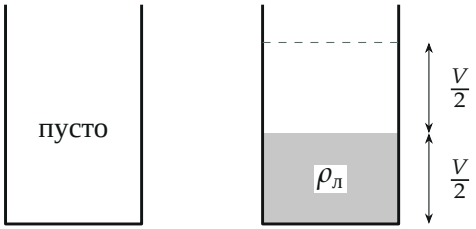

*Начало: объёмы равны, тяжёлая жидкость испаряется вдвое быстрее*

**2. Как меняется разность.** За время $t$ испаряется $2qt$ тяжёлой и $qt$ лёгкой жидкости. Пока тяжёлая не кончилась, разность показаний

$$m_т - m_л = \rho_т(V - 2qt) - \rho_л(V - qt) = \Delta m - (2\rho_т - \rho_л)\,qt$$

линейно убывает (скобка положительна), проходит ноль и становится отрицательной. Когда тяжёлая жидкость испарилась ($2qt = V$, $t = \dfrac{V}{2q}$), в стакане с лёгкой остаётся $V - \dfrac{V}{2} = \dfrac{V}{2}$. Дальше тяжёлый стакан пуст, а лёгкая продолжает испаряться, и разность по модулю уменьшается до нуля.

Наибольший модуль линейной функции на отрезке — на одном из концов: в начале ($\Delta m$) или в момент, когда тяжёлая жидкость кончилась. Условие говорит, что максимум $2\Delta m > \Delta m$, значит, он достигается во втором случае.



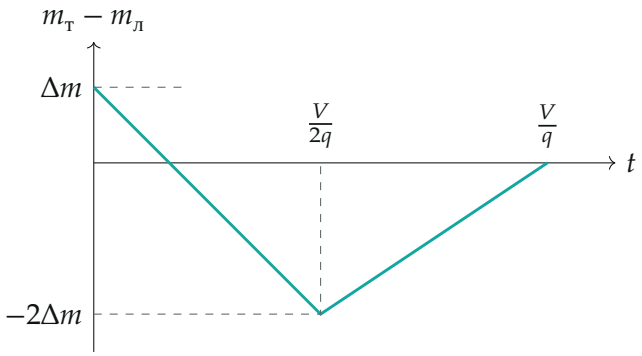

*Момент наибольшей разности: тяжёлая жидкость испарилась, лёгкой осталась половина*

**3. Наибольшая разность.** В этот момент весы с лёгкой жидкостью показывают больше на её массу:

$$2\Delta m = \rho_л \frac{V}{2}.$$

**4. Отношение плотностей.** Разделим равенство пункта 1 на равенство пункта 3 — объём $V$ и $\Delta m$ сократятся:

$$\frac{1}{2} = \frac{2(\rho_т - \rho_л)}{\rho_л} \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_т}{\rho_л} - 1 = \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_л}{\rho_т} = \frac{4}{5}.$$




*Разность показаний весов от времени (в масштабе при $\rho_л/\rho_m = 4/5$)*

**Обратите внимание:** наибольшая разность — не в начале, а когда весы «поменялись ролями»: тяжёлая жидкость уже испарилась, а лёгкая ещё нет.

**Проверка.** Пусть $\rho_т V = 5\Delta m$, $\rho_л V = 4\Delta m$: начальная разность $\Delta m$ — верно; когда тяжёлая испарилась, лёгкой $\frac{V}{2}$, её масса $2\Delta m$ — верно. Пределы: если бы плотности были равны, вначале разность нулевая, а максимум — $\frac{\rho V}{2}$, то есть отношение $\frac{\text{максимум}}{\text{начало}} \to \infty$; у нас оно конечное (2), и плотности отличаются на четверть.

**Ответ.** $\frac{\rho_л}{\rho_т} = \frac{4}{5}$.