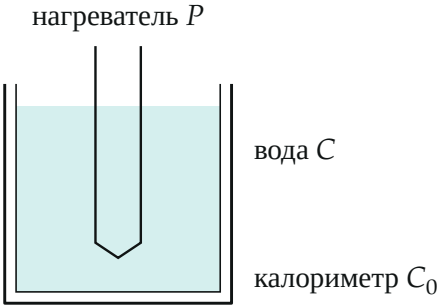
Нагрев калориметра с водой

Задача 2. [Росатом 2019/20, заключительный этап, 9 класс, площадка 3, задача 2] Полностью заполненный водой калориметр с электронагревателем имеет комнатную температуру t_0. Нагреватель включают, и через время $T = 30$ с температура калориметра увеличивается на величину Δt. Затем воду из калориметра быстро выливают, вместо неё наливают такое же количество воды комнатной температуры и снова включают нагреватель. Чтобы теперь нагреть калориметр до температуры $t_0 + \Delta t$ требуется время $\frac{5T}{6}$. После этого воду из калориметра снова быстро выливают, а наливают такое же количество воды с температурой на величину Δt ниже комнатной. Сколько понадобится времени, чтобы нагреть калориметр тем же нагревателем до комнатной температуры? Считать, что калориметр не отдаёт тепло в окружающее пространство. Температуры воды и калориметра уравниваются очень быстро.



Поясняющий рисунок: калориметр с водой и нагревателем

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на уравнение теплового баланса. Нагреватель с постоянной мощностью отдаёт тепло воде и калориметру. Хитрость в том, что после первого нагрева горячим остаётся сам калориметр: свежая вода сначала забирает его тепло, и нагревателю остаётся меньше работы. Сравнив первые два нагрева, найдём, какая доля тепла уходит на калориметр, а какая на воду; этого хватает для третьего.

Обозначения. P — мощность нагревателя, C — теплоёмкость воды в калориметре, C_0 — теплоёмкость самого калориметра (с нагревателем), τ — искомое время.

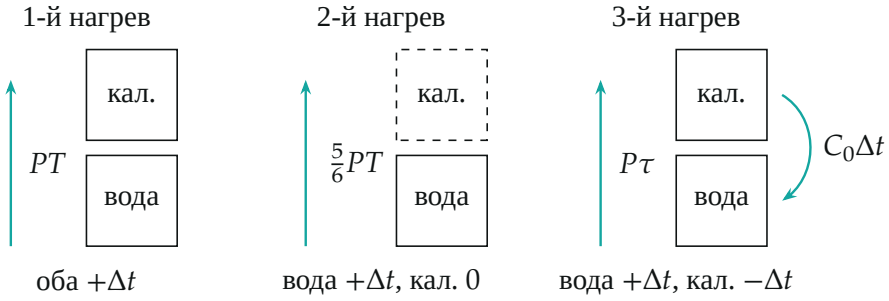
1. Первый нагрев. Уравнение теплового баланса для системы «вода + калориметр» от начала до конца нагрева: теплота нагревателя целиком идёт на нагрев обоих тел от t_0 до $t_0 + \Delta t$ (потерь нет):

$$PT = (C + C_0)\,\Delta t.$$

2. Второй нагрев. Начало: калориметр при $t_0 + \Delta t$, вода при t_0; конец: оба при $t_0 + \Delta t$. Запишем тепловой баланс для системы «вода + калориметр» между этими состояниями. Калориметр вернулся к своей температуре — его тепловая энергия не изменилась; вода нагрелась на Δt. Вся теплота нагревателя ушла в воду:

$$P \cdot \frac{5}{6}T = C\,\Delta t.$$

Обратите внимание: промежуточное выравнивание температур (вода забирает тепло калориметра, потом оба греются) в балансе между начальным и конечным состояниями не участвует — считаем только начало и конец.

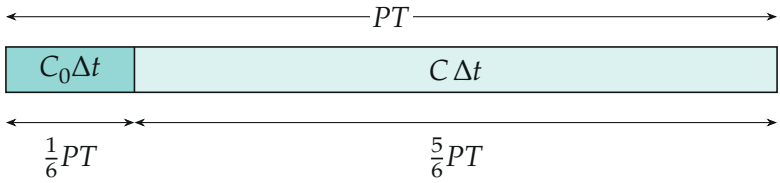


Куда идёт тепло в каждом нагреве (между начальным и конечным состояниями)

3. Теплоёмкость калориметра. Вычтем второе уравнение из первого — уйдёт теплоёмкость воды:

$$P \cdot \frac{1}{6}T = C_0\,\Delta t.$$

На нагрев калориметра на Δt уходит шестая часть того, что нагреватель отдаёт за время T, на нагрев воды — пять шестых.



Теплота PT первого нагрева: шестая часть — калориметру, пять шестых — воде

4. Третий нагрев. Начало: калориметр при $t_0 + \Delta t$, вода при $t_0 - \Delta t$; конец: оба при t_0. Тепловой баланс для системы «вода + калориметр»: теплота нагревателя плюс теплота, отданная остывающим калориметром, идёт на нагрев воды:

$$P\tau + C_0\,\Delta t = C\,\Delta t.$$

Подставим $C\Delta t$ и $C_0\Delta t$ из пунктов 2 и 3:

$$P\tau = \frac{5}{6}PT - \frac{1}{6}PT = \frac{2}{3}PT \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{2}{3}T = 20\text{ с}.$$

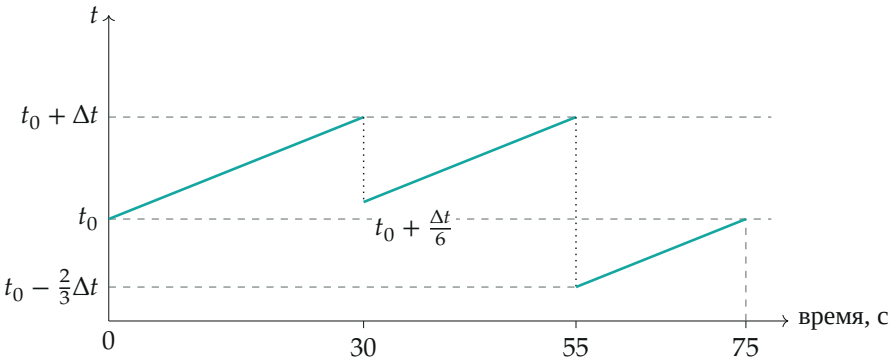
5. Второй способ — по графику температуры. Сразу после смены воды температуры выравниваются, и дальше температура растёт с той же скоростью, что в первом нагреве: $\dfrac{\Delta t}{T}$ (греется та же система с той же теплоёмкостью $C + C_0$). Температура смеси после второй заливки:

$$\frac{Ct_0 + C_0(t_0 + \Delta t)}{C + C_0} = t_0 + \frac{C_0}{C + C_0}\Delta t = t_0 + \frac{\Delta t}{6},$$

до $t_0 + \Delta t$ остаётся $\dfrac{5}{6}\Delta t$ — это $\dfrac{5}{6}T$, как в условии. После третьей заливки

$$\frac{C(t_0 - \Delta t) + C_0(t_0 + \Delta t)}{C + C_0} = t_0 - \frac{C - C_0}{C + C_0}\Delta t = t_0 - \frac{2}{3}\Delta t,$$

до t_0 остаётся $\frac{2}{3}\Delta t$ — это $\frac{2}{3}T = 20$ с.



Температура калориметра: три нагрева с одинаковым наклоном, пунктир — мгновенное выравнивание после смены воды

Проверка. Размерность: τ выражено через T — секунды. Предел: если бы калориметр ничего не весил ($C_0 = 0$), второй нагрев шёл бы те же T, а третий — тоже T (воду надо поднять на Δt, помощи от калориметра нет); формула $\tau = T\,\dfrac{C - C_0}{C + C_0}$ это даёт. Второй способ в пункте 5 дал то же число.

Смысл: воде нужно $\frac{5}{6}PT$, но $\frac{1}{6}PT$ из них ей отдаёт остывающий калориметр, поэтому нагревателю остаётся $\frac{2}{3}PT$.

Ответ. $\tau = \frac{2}{3}T = 20$ с.