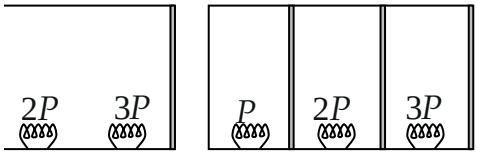
Теплоизолированный сосуд с перегородками

Задача 4. [Росатом 2020/21, заключительный этап, 10 класс, задача 4] Имеется цилиндрический сосуд, боковые стенки которого и левый торец теплоизолированы. Правый торец сосуда закрыт теплопроводящей перегородкой. В сосуде размещают три источника тепла мощностью P, $2P$ и $3P$, и при температуре наружного воздуха $t_0 = 10°\text{C}$ в сосуде устанавливается температура $t_1 = 25°\text{C}$ (левый рисунок). В сосуд устанавливают ещё две точно таких же перегородки, отделяющие источники друг от друга (правый рисунок). Какие температуры установятся в образовавшихся секциях? Считать, что температура газа внутри сосуда и внутри каждой секции во втором случае одинаковы.

Указание. Мощность теплопередачи между телами с разной температурой пропорциональна разности температур и площади теплового контакта тел (закон Фурье).

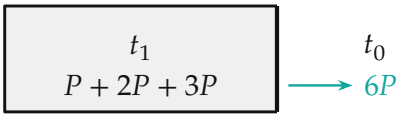


▲ **Решение. Что происходит.** Режим установившийся: температура в каждой секции не меняется, значит, всё тепло, которое выделяют источники левее перегородки, уходит через эту перегородку направо. Поток тепла через перегородку по закону Фурье пропорционален разности температур по её сторонам с одним и тем же коэффициентом для всех трёх перегородок (они одинаковые, площадь та же). Первый опыт даёт этот коэффициент, дальше идём по перегородкам справа налево. Класс задачи — стационарная теплопередача (тепловой баланс + закон Фурье).

Обозначения. k — коэффициент теплопередачи одной перегородки: поток через неё $q = k\,\Delta t$; $t_{\text{пр}}$, $t_{\text{ср}}$, $t_{\text{лев}}$ — температуры правой, средней и левой секций во втором опыте; q_1, q_2, q_3 — потоки тепла через левую, среднюю и правую (торцевую) перегородки, направленные вправо.

1. Первый опыт: коэффициент k. Тепловой баланс всего сосуда: выделяется $P + 2P + 3P = 6P$, а уходит тепло только через правый торец (остальные стенки теплоизолированы). Закон Фурье для торца:

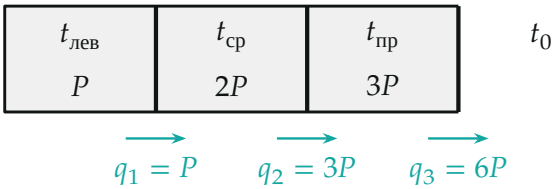
$$6P = k\,(t_1 - t_0) \quad \Rightarrow \quad k = \frac{6P}{t_1 - t_0}.$$



Первый опыт: всё тепло $6P$ уходит наружу через правый торец

2. Второй опыт: потоки через перегородки. Тепловой баланс для части сосуда левее каждой перегородки: всё, что там выделяется, проходит через эту перегородку (слева изоляция):

$$q_1 = P, \qquad q_2 = P + 2P = 3P, \qquad q_3 = P + 2P + 3P = 6P.$$



Через каждую перегородку идёт всё тепло источников левее неё

3. Правая секция. Закон Фурье для торца: $6P = k\,(t_{пр} - t_0)$. Сравнивая с п. 1, получаем

$$t_{пр} = t_1 = 25\,^\circ\text{C}.$$

Через торец идёт тот же поток $6P$, что и в первом опыте, значит, и перепад температур на нём тот же.

4. Средняя секция. Закон Фурье для средней перегородки (тот же k — перегородка такая же):

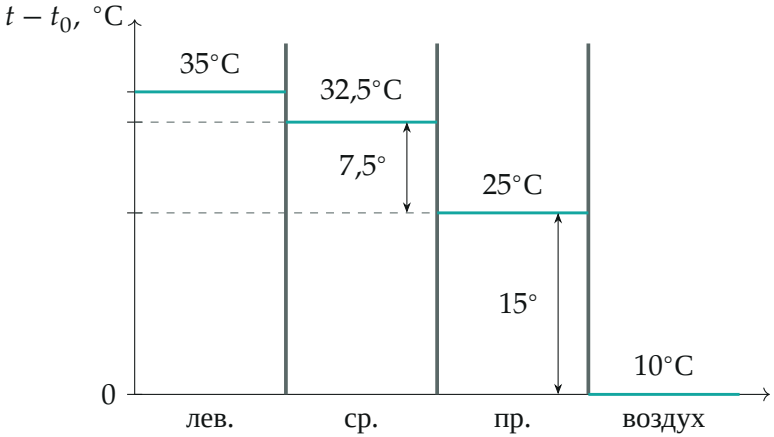
$$3P = k\,(t_{ср} - t_{пр}) \quad \Rightarrow \quad t_{ср} - t_1 = \frac{3P}{k} = \frac{t_1 - t_0}{2},$$

$$t_{\text{ср}} = \frac{3t_1 - t_0}{2} = 32{,}5\,^\circ\text{C}.$$

5. Левая секция. Закон Фурье для левой перегородки:

$$P = k\,(t_{\text{лев}} - t_{\text{ср}}) \quad \Rightarrow \quad t_{\text{лев}} - t_{\text{ср}} = \frac{P}{k} = \frac{t_1 - t_0}{6},$$

$$t_{\text{лев}} = \frac{5t_1 - 2t_0}{3} = 35\,^\circ\text{C}.$$



Температуры секций (отсчёт от t_0): перепады на перегородках $15 : 7{,}5 : 2{,}5 = 6 : 3 : 1$ *— как потоки через них*

Обратите внимание. Температура правой секции не изменилась, хотя перегородок стало больше: через торец по-прежнему уходит вся мощность $6P$. Новые перегородки только добавляют перепады левее.

Ответ. $t_{\text{пр}} = t_1 = 25\,^\circ\text{C}$, $t_{\text{ср}} = \dfrac{3t_1 - t_0}{2} = 32{,}5\,^\circ\text{C}$, $t_{\text{лев}} = \dfrac{5t_1 - 2t_0}{3} = 35\,^\circ\text{C}$.

Проверка. Перепады на перегородках должны относиться как потоки: $(t_{\text{пр}} - t_0) : (t_{\text{ср}} - t_{\text{пр}}) : (t_{\text{лев}} - t_{\text{ср}}) = 15 : 7{,}5 : 2{,}5 = 6 : 3 : 1$ — верно. Предел: если источников левее нет ($P \to 0$), левая секция сравнялась бы со средней — формула п. 5 это даёт. Температура растёт к изолированному торцу, как и должно быть: тепло течёт от горячего к холодному.

Смысл: перегородки работают как последовательные «тепловые сопротивления», и через каждое идёт поток всех источников левее.

Ответ. В правой секции 25 °C, в средней 32,5 °C, в левой 35 °C.