Нить между телами и сила

Задача 1. [Росатом 2020/21, заключительный этап, 10 класс, задача 1] На шероховатом горизонтальном столе находятся два тела массами m и $2m$ ($m = 1$ кг), связанные невесомой ниткой. Нитка разрывается, если к телу массой m прикладывают минимальную силу $F_1 = 200$ Н. Какую минимальную силу следует приложить к другому телу, чтобы нить разорвалась? Коэффициенты трения между телами и поверхностью одинаковы и равны $\mu = 0{,}3$.



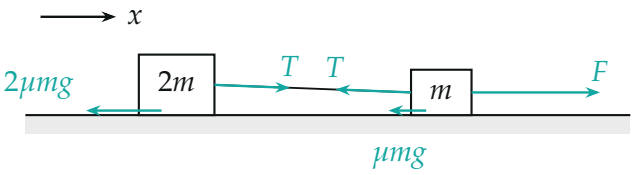
Поясняющий рисунок: первый опыт, сила приложена к телу массой m

▲ **Решение. Что происходит.** Нить рвётся, когда её натяжение достигает предельного значения T_0 — свойство нити, одно для обоих опытов. Первый опыт даёт T_0, второй — силу, при которой натяжение снова равно T_0. Тела при этом едут: $F_1 = 200$ Н много больше силы трения покоя обоих тел $3\mu mg \approx 9$ Н. Значит, трение — трение скольжения μN, а связь силы и натяжения даёт второй закон Ньютона для движущихся тел. Класс задачи — связанные тела (второй закон Ньютона для каждого тела).

Обозначения. a — общее ускорение тел (нить натянута); T — сила натяжения нити; ось x — в сторону приложенной силы; T_0 — натяжение, при котором нить рвётся.

1. Первый опыт: сила на тело m. Тело m тянут силой F вперёд, нить тянет его назад; тело $2m$ нить тянет вперёд. Силы трения скольжения направлены против движения: μmg и $2\mu mg$ (нормальные реакции равны весам). Второй закон Ньютона в проекции на ось x:

$$\text{тело } m: \ ma = F - T - \mu mg, \qquad \text{тело } 2m: \ 2ma = T - 2\mu mg.$$



Первый опыт: горизонтальные силы на тела (вертикальные mg и N уравновешены)

Сложим уравнения: $3ma = F - 3\mu mg$, $a = \dfrac{F}{3m} - \mu g$. Подставим во второе:

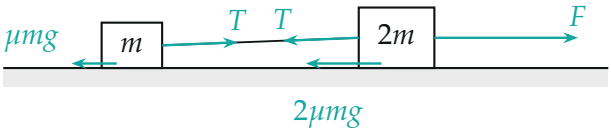
$$T = 2ma + 2\mu mg = \frac{2F}{3}.$$

Трение сократилось. Нить рвётся при $F = F_1$, поэтому

$$T_0 = \frac{2F_1}{3}.$$

2. Второй опыт: сила на тело $2m$. Теперь вперёд тянут тело $2m$, а нить тащит тело m:

$$\text{тело } 2m: \ 2ma = F - T - 2\mu mg, \qquad \text{тело } m: \ ma = T - \mu mg.$$



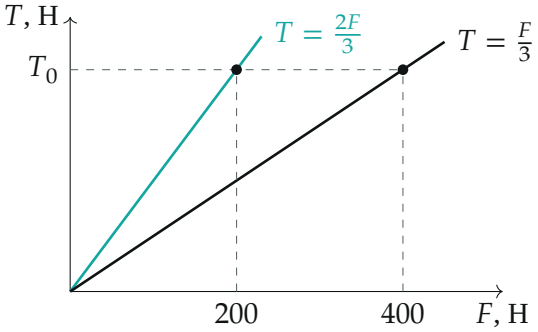
Второй опыт: сила приложена к телу массой $2m$

Сложив, снова $3ma = F - 3\mu mg$; из уравнения для тела m:

$$T = ma + \mu mg = \frac{F}{3}.$$

Нить рвётся, когда $T = T_0$:

$$\frac{F}{3} = \frac{2F_1}{3} \quad \Rightarrow \quad F = 2F_1 = 400\,\text{Н}.$$



Натяжение нити в двух опытах: прямая $2F/3$ (сила на тело m) достигает T_0 при 200 Н, прямая $F/3$ (сила на тело $2m$) — при 400 Н

Обратите внимание. Нить тянет то тело, к которому сила *не* приложена, и сообщает ему ускорение вместе с силой против трения. Поскольку трение пропорционально массе, как и «сила инерции» ma, натяжение делит силу F в отношении масс: нить разгоняет тело $2m$ в первом опыте ($T = \frac{2}{3}F$) и тело m во втором ($T = \frac{1}{3}F$).

Ответ. $T_0 = \dfrac{2F_1}{3}$, $F = 3T_0 = 2F_1 = 400\,\text{Н}$.

Проверка. Второй способ — в системе отсчёта, движущейся с ускорением a: на каждое тело действует сила $m_i(a + \mu g)$, пропорциональная массе, поэтому нить передаёт долю силы F, равную доле массы тела, которое она тянет: $\frac{2m}{3m}F$ и $\frac{m}{3m}F$ — то же. Размерность — ньютоны. Ответ не зависит от μ и m, лишь бы тела ехали ($F > 3\mu mg = 9\,\text{Н}$ — выполнено).

Смысл: нить рвётся легче, когда тянут лёгкое тело — ей приходится тащить тяжёлое.

Ответ. $F = 2F_1 = 400\,\text{Н}$; ответ не зависит от трения.