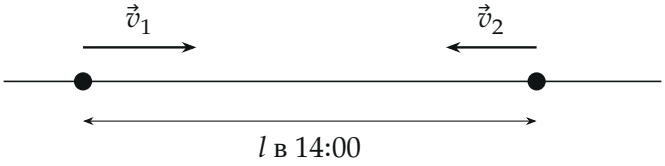
Два велосипедиста

Задача 2. [Росатом 2020/21, заключительный этап, 7 класс, задача 2] По прямому шоссе с постоянными скоростями в противоположных направлениях едут два велосипедиста. Известно, что в $t_1 = 14$ часов расстояние между велосипедистами составляло l, а в $t_2 = 14$ часов 30 минут расстояние между ними составило $l/4$. В какой момент времени велосипедисты встретились?



Поясняющий рисунок: в 14:00 *велосипедисты едут навстречу друг другу на расстоянии* l

▲ **Решение. Что происходит.** Велосипедисты едут в противоположные стороны, и в 14:00 встречи ещё не было (иначе её момент определить нельзя): они сближаются. Расстояние между ними меняется со скоростью сближения $v_1 + v_2$ — постоянной. В 14:30 расстояние $l/4$, но условие не говорит, встретились ли они уже. Поэтому два случая: ещё не встретились или уже разъехались. Класс задачи — равномерное движение навстречу, случаи по условию.

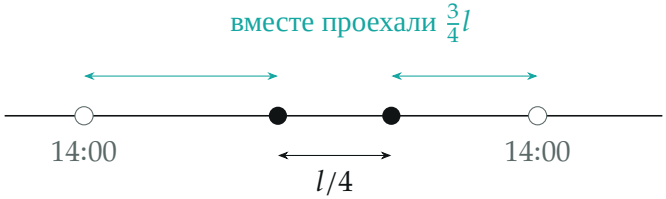
Обозначения. $u = v_1 + v_2$ — скорость сближения (и затем удаления), $\tau = t_2 - t_1 = 30$ мин, Δt — время от t_1 до встречи.

1. Почему скорость изменения расстояния постоянна. В системе отсчёта первого велосипедиста второй едет со скоростью $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$; скорости противоположны, поэтому её модуль $u = v_1 + v_2$. До встречи расстояние уменьшается со скоростью u, после встречи — растёт с той же скоростью.

2. Случай 1: в 14:30 **ещё не встретились.** За время τ велосипедисты вместе проехали $l - \frac{l}{4} = \frac{3}{4}l$:

$$u = \frac{3l}{4\tau}, \qquad \Delta t = \frac{l}{u} = \frac{4}{3}\,\tau = 40 \text{ мин}.$$

Встреча в 14:00 + 40 мин = 14:40.

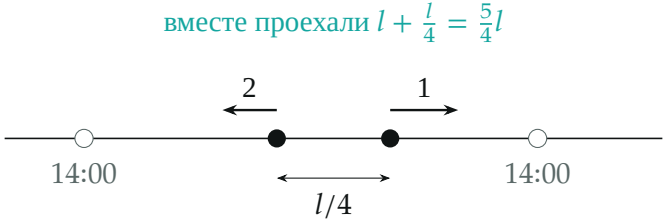


Случай 1: в 14:30 *(чёрные точки) велосипедисты ещё едут навстречу; суммарный путь за 30 мин —* $\frac{3}{4}l$

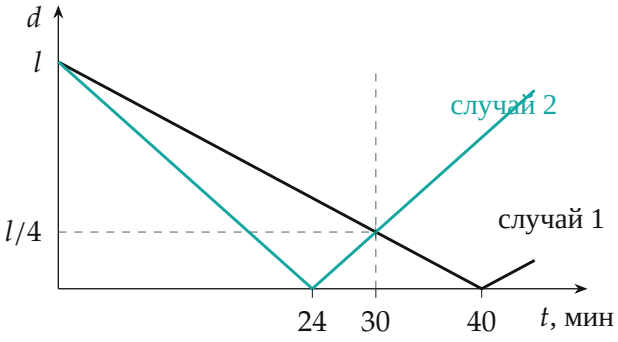
3. Случай 2: в 14:30 **уже разъехались.** До встречи они вместе проехали l, после неё — ещё $\frac{l}{4}$; всего $\frac{5}{4}l$ за время τ:

$$u = \frac{5l}{4\tau}, \qquad \Delta t = \frac{l}{u} = \frac{4}{5}\,\tau = 24 \text{ мин}.$$

Встреча в 14:00 + 24 мин = 14:24.



Случай 2: в 14:30 *велосипедисты уже разминулись и удаляются друг от друга*



Расстояние d между велосипедистами от времени (от 14:00): оба графика проходят через точку (30 мин, $l/4$); нули — моменты встречи

Обратите внимание. Время встречи отсчитывается от t_1, когда расстояние было l: $t = t_1 + \Delta t$. Отсчёт от t_2 даёт неверный ответ.

Проверка. Случай 1: с 14:00 до 14:30 при $u = \frac{l}{40\text{ мин}}$ расстояние уменьшится на $\frac{30}{40}l = \frac{3}{4}l$, останется $\frac{l}{4}$ — верно. Случай 2: при $u = \frac{l}{24\text{ мин}}$ встреча в 14:24, за следующие 6 мин они разъедутся на $\frac{6}{24}l = \frac{l}{4}$ — верно. Оба ответа удовлетворяют условию, условие не позволяет выбрать один.

Смысл: одно и то же расстояние $l/4$ бывает дважды — до встречи и после, отсюда два ответа.

Ответ. Возможны два ответа: в 14 ч 40 мин (если в 14:30 велосипедисты ещё не встретились) или в 14 ч 24 мин (если к 14:30 они уже разъехались).