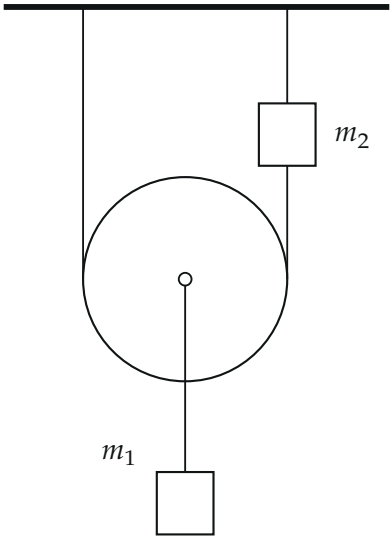
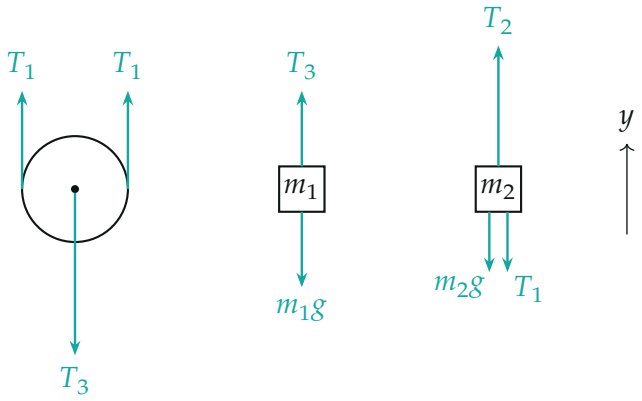
Три нити и блок

Задача 2. [Росатом 2021/22, отборочный этап, 10 класс, задача 2] В системе из трёх нитей, двух тел и одного блока силы натяжения двух из трёх нитей одинаковы. Найти отношение масс тел m_1/m_2. Блок и нити — невесомы. Система находится в равновесии.



▲ **Решение. Что происходит.** Все тела покоятся, поэтому для каждого тела и для блока сумма сил равна нулю (первый закон Ньютона). Три нити: нить, охватывающая блок (один конец — к потолку, другой — к телу m_2 снизу); нить, на которой m_2 висит на потолке; нить, на которой m_1 висит на оси блока. Сначала из условий равновесия выясним, *какие* две силы натяжения вообще могут совпадать, затем из этого равенства найдём отношение масс. Класс задачи — статика системы тел с блоком.

Обозначения. T_1 — сила натяжения нити, охватывающей блок (невесомая нить через невесомый блок — натяжение по всей длине одно); T_2 — нити между потолком и m_2; T_3 — нити между осью блока и m_1. Ось y — вертикально вверх.



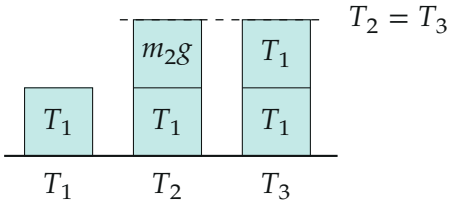
Силы на блок и на тела. Нить T_1 тянет блок двумя концами вверх, ось блока тянет нить T_3 вниз; на m_2 сверху действует нить T_2, снизу — конец нити T_1 и сила тяжести.

1. Условия равновесия. Первый закон Ньютона в проекции на ось y:

$$\begin{aligned}
&\text{блок:} && 2T_1 - T_3 = 0 \;\Rightarrow\; T_3 = 2T_1,\\
&\text{тело } m_1: && T_3 - m_1 g = 0 \;\Rightarrow\; T_3 = m_1 g,\\
&\text{тело } m_2: && T_2 - T_1 - m_2 g = 0 \;\Rightarrow\; T_2 = T_1 + m_2 g.
\end{aligned}$$

2. Какие натяжения равны. Из трёх пар подходит только одна:

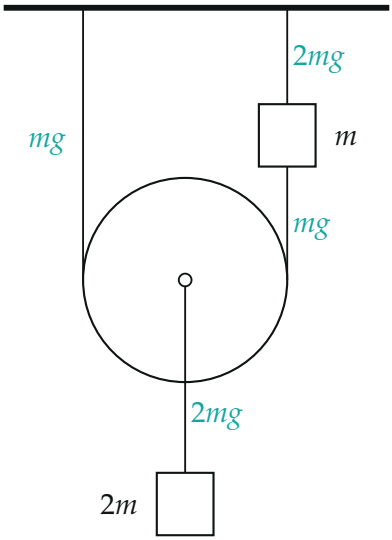
- $T_1 = T_3$ невозможно: $T_3 = 2T_1$, и равенство дало бы $T_1 = 0$ — система не держала бы m_1;
- $T_1 = T_2$ невозможно: $T_2 = T_1 + m_2 g > T_1$;
- остаётся $T_2 = T_3$.



Натяжения в долях: T_3 — два раза по T_1, T_2 — T_1 плюс m_2g. Столбики T_2 и T_3 равны, только если $m_2g = T_1$.

3. Отношение масс. Подставим $T_2 = T_3$:

$$T_1 + m_2g = 2T_1 \quad \Rightarrow \quad T_1 = m_2g,$$
$$m_1g = T_3 = 2T_1 = 2m_2g \quad \Rightarrow \quad \frac{m_1}{m_2} = 2.$$



Ответ на схеме: при $m_2 = m$, $m_1 = 2m$ натяжения нитей mg (через блок), $2mg$ (над m_2) и $2mg$ (под блоком).

Обратите внимание. Нить, охватывающая блок, тянет его вверх двумя концами, поэтому нить на оси блока натянута вдвое сильнее — это и исключает пару $T_1 = T_3$.

Ответ: $\dfrac{m_1}{m_2} = 2$.

Проверка. Второй способ — равновесие всей системы «блок + нити + оба тела». Внешние вертикальные силы: потолок тянет вверх левым концом нити блока (T_1) и нитью над m_2 (T_2), вниз — силы тяжести: $T_1 + T_2 = (m_1 + m_2)g$. При $T_1 = m_2g$, $T_2 = 2m_2g$, $m_1 = 2m_2$: $3m_2g =$

$3m_2g$ — верно. Безразмерный ответ — как и должно быть у отношения масс.

Смысл: тело m_2 «держат» сверху сразу за два — за потолок и (через блок) за половину веса m_1; равенство натяжений получается, когда вес m_2 равен этой половине.

Ответ. $m_1/m_2 = 2$.