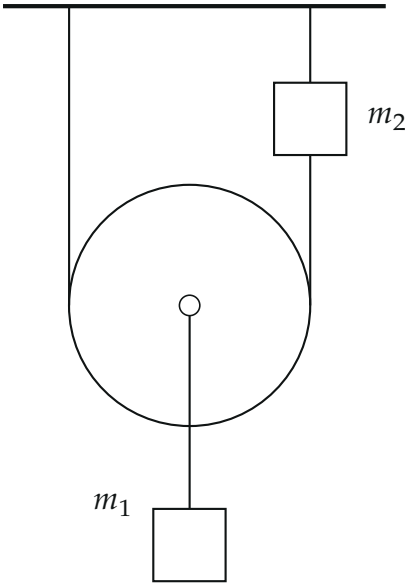
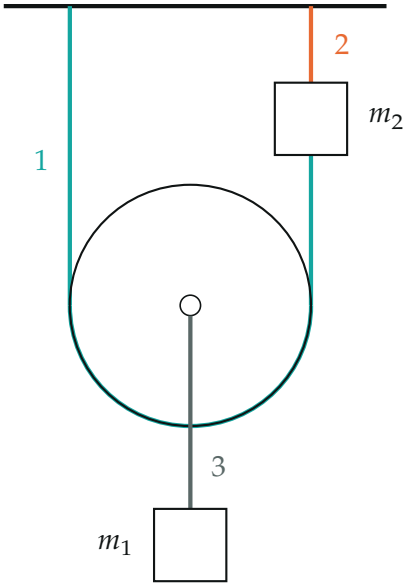
Три нити и блок

Задача 2. [Росатом 2021/22, отборочный этап, 11 класс, задача 2] В системе из трёх нитей, двух тел и одного блока силы натяжения двух из трёх нитей одинаковы. Найти отношение масс тел m_1/m_2. Блок и нити — невесомы. Система находится в равновесии.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на равновесие: на каждое тело и на блок действуют только силы тяжести и силы натяжения нитей, и в равновесии их сумма равна нулю. Нитей три, и силы натяжения у них заранее связаны условиями равновесия. Нужно понять, какие две из трёх сил натяжения *могут* быть равны, — две из трёх пар оказываются невозможными, и остаётся одна. Она и даёт отношение масс.

Обозначения. Ось y — вертикально вверх. Нить 1 (бирюзовая) привязана к потолку, огибает блок снизу и привязана к телу m_2 снизу, натяжение T_1 (одинаковое по всей нити: нить и блок невесомы). Нить 2 (оранжевая) держит тело m_2 за потолок, натяжение T_2. Нить 3 (серая) соединяет ось блока с телом m_1, натяжение T_3.



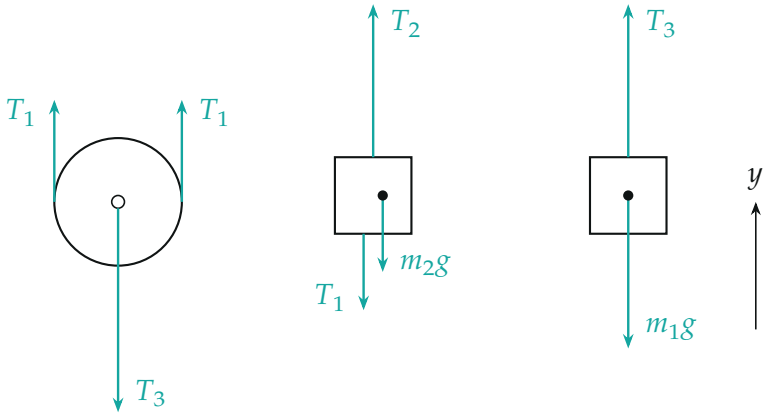
Три нити: 1 — огибает блок (бирюзовая), 2 — держит m_2 за потолок (оранжевая), 3 — от оси блока к m_1 (серая)

1. Равновесие тела m_1. Второй закон Ньютона для тела m_1 в проекции на ось y (ускорение нулевое): вверх тянет нить 3, вниз — сила тяжести:

$$T_3 - m_1 g = 0 \quad \Rightarrow \quad T_3 = m_1 g.$$

2. Равновесие блока. На невесомый блок действуют два конца нити 1 (оба вверх, по T_1) и нить 3 (вниз, T_3). Сумма проекций на y равна нулю:

$$2T_1 - T_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad T_3 = 2T_1.$$



блок тело m_2 тело m_1

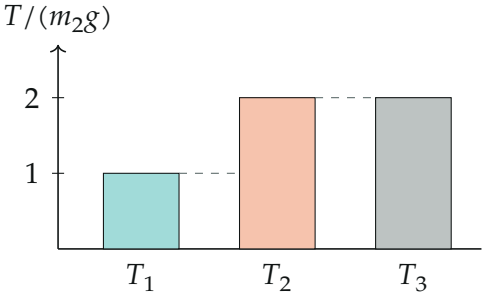
Силы на блок и на каждое тело; длины стрелок — по найденному решению ($T_1 = m_2g$, $T_2 = T_3 = 2m_2g = m_1g$)

3. Равновесие тела m_2. Вверх тянет нить 2, вниз — нить 1 и сила тяжести:

$$T_2 - T_1 - m_2g = 0 \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1 + m_2g.$$

4. Какие натяжения могут быть равны. Перебираем три пары:

- $T_1 = T_3$ невозможно: из равновесия блока $T_3 = 2T_1$, а $T_1 \neq 0$ (иначе $T_3 = 0$ и тело m_1 упало бы);
- $T_1 = T_2$ невозможно: из равновесия m_2 тогда $m_2g = 0$;
- остаётся $T_2 = T_3$.



Натяжения в единицах m_2g: T_2 больше T_1 на m_2g, T_3 вдвое больше T_1; равны только T_2 и T_3

5. Отношение масс. Подставляем $T_2 = T_3$:

$$T_1 + m_2g = 2T_1 \quad \Rightarrow \quad T_1 = m_2g, \qquad m_1g = T_3 = 2T_1 = 2m_2g,$$

$$\frac{m_1}{m_2} = 2.$$

Обратите внимание: натяжение нити, огибающей невесомый блок, одинаково с обеих сторон блока, а ось блока держит *удвоенное* натяжение. На тело m_2 нить 1 действует только одним концом — поэтому одно T_1, а не два.

Проверка. Размерность: отношение масс безразмерно. Возьмём $m_2 = 1$ кг, $m_1 = 2$ кг, $g = 10$ м/с^2: $T_3 = 20$ Н, $T_1 = 10$ Н, $T_2 = 10 + 10 = 20$ Н — действительно $T_2 = T_3$, а T_1 от них отличается. Вся система в целом: потолок держит нить 1 (левый конец, T_1) и нить 2 (T_2); $T_1 + T_2 = 30$ Н $= (m_1 + m_2)g$ — сходится.

Смысл: блок удваивает натяжение нити 1, а тело m_2 добавляет к нему свой вес; эти два «наращивания» совпадают, только если $m_2g = T_1$, то есть $m_1 = 2m_2$.

Ответ. $\dfrac{m_1}{m_2} = 2.$