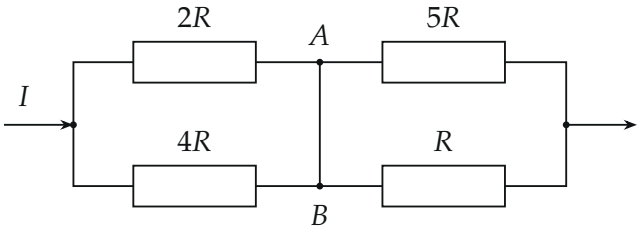
Перемычка в цепи резисторов

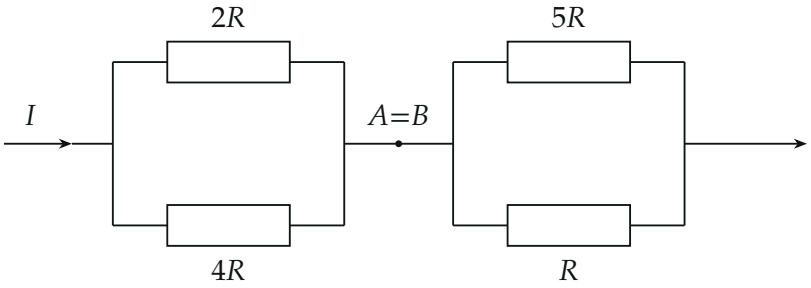
Задача 2. [Росатом 2021/22, заключительный этап, 10 класс, задача 2] Сопротивления резисторов в цепи, схема которой показана на рисунке, даны на схеме. Известно, что сила тока во внешней цепи составляет $I = 6$ А. Найти силу тока, текущего по перемычке AB, от B к A. Сопротивлением проводов пренебречь.



▲ **Решение. Что происходит.** Перемычка AB не имеет сопротивления, поэтому потенциалы точек A и B одинаковы: узлы A и B можно считать одной точкой. Тогда схема распадается на две последовательные пары параллельных резисторов: слева $2R \parallel 4R$, справа $5R \parallel R$. Ток через перемычку находится из правила токов для узла A: всё, что приходит в A через $2R$ и уходит через $5R$, должно сойтись, а разницу несёт перемычка. Класс задачи — цепи с проводом нулевого сопротивления: стягиваем его концы в одну точку.

Обозначения. $\varphi_{\text{вх}}$, $\varphi_A = \varphi_B$, $\varphi_{\text{вых}}$ — потенциалы левого узла, точек A, B и правого узла; I_{2R}, I_{4R}, I_{5R}, I_R — токи через резисторы в направлении внешнего тока (слева направо); I_{BA} — ток по перемычке от B к A.

1. Стягиваем перемычку. Напряжение на проводе без сопротивления $U = I_{BA} \cdot 0 = 0$, поэтому $\varphi_A = \varphi_B$. Левые резисторы $2R$ и $4R$ подключены к одной и той же паре потенциалов $\varphi_{\text{вх}}$ и φ_A — они соединены параллельно; правые $5R$ и R — к паре φ_A и $\varphi_{\text{вых}}$, тоже параллельно.



Эквивалентная схема: точки A и B стянуты в одну

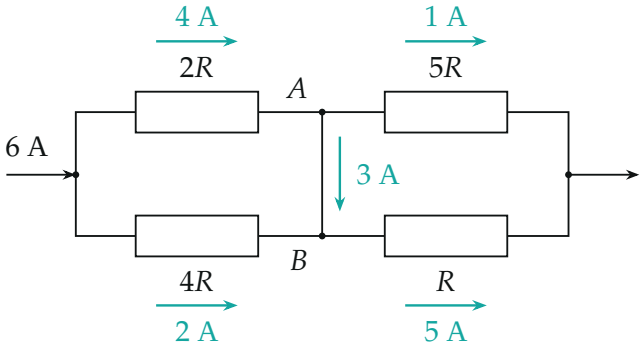
2. Деление тока в левой паре. При параллельном соединении напряжения на резисторах равны, $I_{2R} \cdot 2R = I_{4R} \cdot 4R$, а по правилу токов для левого узла $I_{2R} + I_{4R} = I$. Отсюда $I_{2R} = 2I_{4R}$ и

$$I_{2R} = \frac{2}{3} I = 4\ \text{А}, \qquad I_{4R} = \frac{1}{3} I = 2\ \text{А}.$$

3. Деление тока в правой паре. Так же: $I_{5R} \cdot 5R = I_R \cdot R$ и $I_{5R} + I_R = I$, поэтому $I_R = 5I_{5R}$ и

$$I_{5R} = \frac{1}{6} I = 1\ \text{А}, \qquad I_R = \frac{5}{6} I = 5\ \text{А}.$$

Ток через больший резистор пары меньше — он обратно пропорционален сопротивлению.

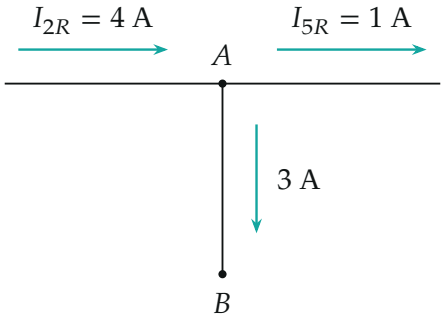


Токи в ветвях: в A приходит 4 А, уходит через 5R только 1 А, остальные 3 А идут по перемычке вниз, к B

4. Правило токов для узла A. В узел A втекают ток I_{2R} и ток перемычки I_{BA} (если он действительно идёт от B к A), вытекает I_{5R}. Сумма втекающих токов равна сумме вытекающих (заряд в узле не накапливается):

$$I_{2R} + I_{BA} = I_{5R} \quad \Rightarrow \quad I_{BA} = I_{5R} - I_{2R} = \frac{1}{6}I - \frac{2}{3}I = -\frac{1}{2}I = -3\ \text{А}.$$

Знак минус означает, что на самом деле ток по перемычке течёт от A к B и равен 3 А.



Узел A: $4\ A = 1\ A + 3\ A$

Обратите внимание. Ток по перемычке не равен нулю, хотя напряжение на ней нулевое: у провода без сопротивления по закону Ома не найти ток, его даёт только правило токов для узла.

Проверка. Узел B: приходит $I_{4R} = 2$ А и 3 А по перемычке, уходит $I_R = 5$ А — сходится. Второй способ — через напряжения на параллельных парах:

$$U_{\text{лев}} = I\,\frac{2R \cdot 4R}{6R} = \frac{4}{3}IR, \quad I_{2R} = \frac{U_{\text{лев}}}{2R} = \frac{2}{3}I;$$
$$U_{\text{пр}} = I\,\frac{5R \cdot R}{6R} = \frac{5}{6}IR, \quad I_{5R} = \frac{U_{\text{пр}}}{5R} = \frac{1}{6}I$$

— те же токи. Смысл: верхний левый резистор пропускает много, а верхний правый мало, излишек через перемычку уходит в нижнюю ветвь.

Ответ. $I_{BA} = -\dfrac{I}{2} = -3$ А: по перемычке течёт ток 3 А от A к B.