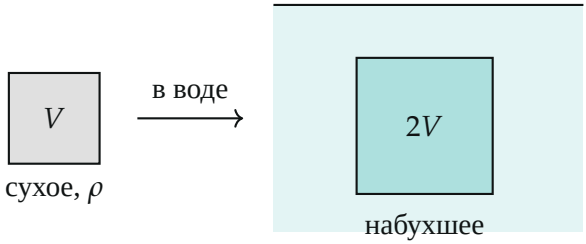
Новый материал Чебурашки

Задача 4. [Росатом 2021/22, 7 класс, задача 4] Чебурашка и Крокодил Гена, работая в секретной лаборатории, синтезировали новый материал с плотностью $\rho = 200$ кг/м^3. В воде тело из этого материала увеличивается в объёме в 2 раза, впитывая в себя объём воды, в 1,9 раза больший первоначального объёма тела. Тонут ли тела из этого материала в воде? Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3. Ответ обосновать.



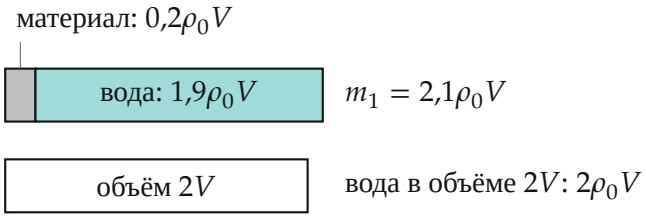
Поясняющий рисунок: тело объёмом V в воде набухает до $2V$, впитав воду объёмом $1{,}9V$

▲ **Решение.** **Что происходит.** Тело тонет, если сила тяжести больше наибольшей выталкивающей силы, то есть если его средняя плотность больше плотности воды. Сухой материал в 5 раз легче воды, но в воде тело другое: оно впитало воду, масса выросла почти в 10 раз, а объём — только вдвое. Класс задачи — средняя плотность составного тела (материал + впитанная вода) и условие плавания.

Обозначения. V — начальный объём тела, m_1 — масса набухшего тела, $V_1 = 2V$ — его объём, ρ_1 — его средняя плотность.

1. Масса набухшего тела. Закон сохранения массы: к массе материала ρV добавляется масса впитанной воды объёмом $1{,}9V$:

$$m_1 = \rho V + \rho_0 \cdot 1{,}9V = (200 + 1900)\ \text{кг/м}^3 \cdot V = 2100\ \text{кг/м}^3 \cdot V.$$



Длина полосы — масса: набухшее тело ($0{,}2\rho_0 V + 1{,}9\rho_0 V$) длиннее воды того же объёма $2V$

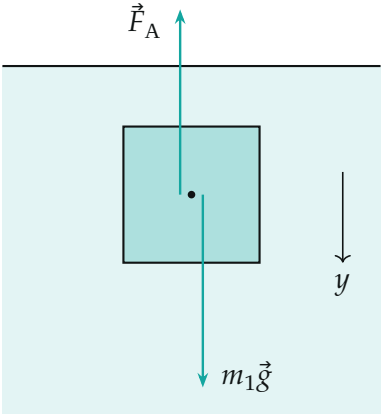
2. Средняя плотность. Объём набухшего тела $V_1 = 2V$, поэтому

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{\rho + 1{,}9\rho_0}{2} = \frac{200 + 1900}{2}\ \text{кг/м}^3 = 1050\ \text{кг/м}^3.$$

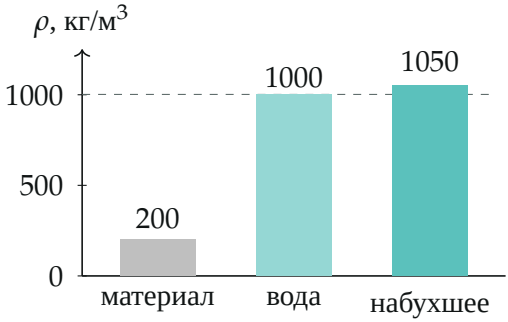
3. Сравнение сил. Пусть набухшее тело полностью погружено. Сила Архимеда — вес воды в объёме тела, $F_\text{A} = \rho_0 g \cdot 2V$, сила тяжести — $m_1 g = \rho_1 g \cdot 2V$. Проекция равнодействующей на ось y вниз:

$$m_1 g - F_\text{A} = (\rho_1 - \rho_0)\, g \cdot 2V = 50\ \text{кг/м}^3 \cdot g \cdot 2V > 0.$$

Равнодействующая направлена вниз даже при полном погружении — тело тонет.



Силы на погружённое набухшее тело: $m_1 g$ на 5 % больше F_A



Сухой материал легче воды в 5 раз, набухшее тело тяжелее воды на 5 %

Обратите внимание: сравнивать с водой надо плотность тела *в воде*, а не плотность сухого материала ($200 < 1000$ подсказывает неверный ответ «плавает»). И делить массу надо на новый объём $2V$, а не на $V + 1{,}9V$: впитанная вода частично заполняет поры, и объём тела растёт меньше, чем объём впитанной воды.

Ответ. $m_1 = (\rho + 1{,}9\rho_0)V$, $\rho_1 = \dfrac{\rho + 1{,}9\rho_0}{2} = 1050$ кг/м$^3 > \rho_0$ — тела тонут.

Проверка. Размерность: кг/м^3. Второй способ — через массу воды, вытесненной телом: в объёме $2V$ вода весит 2000 кг/м$^3 \cdot V$, а тело — 2100 кг/м$^3 \cdot V$, больше. Граничный случай: тело плавало бы, если бы впитывало меньше $1{,}8V$ воды ($\rho + x\rho_0 < 2\rho_0$, $x < 1{,}8$); при $1{,}9V$ оно тонет, хотя и ненамного.

Смысл: набухнув, тело превращается почти в «воду в оболочке» и становится на 5 % тяжелее воды — медленно, но тонет.

Ответ. Тонут: плотность набухшего тела $\rho_1 = \dfrac{\rho + 1{,}9\rho_0}{2} = 1050$ кг/м$^3 > \rho_0$.