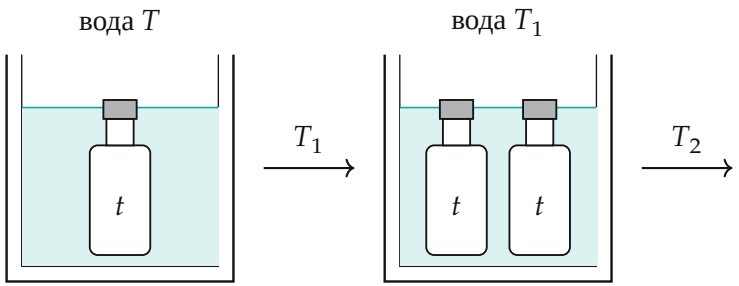
Бутылочки в калориметре

Задача 3. [Росатом 2021/22, 8 класс, задача 3] Калориметр с водой имеет температуру $T = 40°\text{C}$. В калориметр опускают бутылочку с детским питанием с температурой $t = 8°\text{C}$, и она нагревается до температуры $T_1 = 36°\text{C}$. Затем эту бутылочку достают и опускают в калориметр ещё две точно такие же бутылочки. До какой температуры они нагреются? Потерями тепла в окружающее пространство пренебречь.



Поясняющий рисунок: опыт 1 — одна бутылочка в калориметре с водой при T; опыт 2 — две бутылочки в том же калориметре, остывшем до T_1

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на тепловой баланс: тепло, отданное калориметром с водой, целиком получают бутылочки (потерь нет). Неизвестны теплоёмкости, но первый опыт даёт их отношение — а только оно и нужно во втором опыте. Качественно: бутылочек вдвое больше, а калориметр уже остыл до $36°\text{C}$, поэтому смесь установится заметно ниже $36°\text{C}$, но выше $8°\text{C}$.

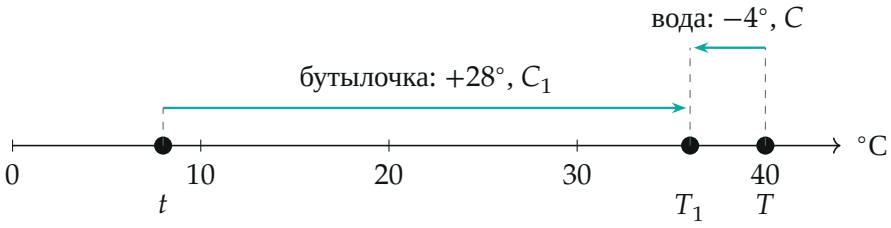
Обозначения. C — теплоёмкость калориметра вместе с водой (Дж/°C), C_1 — теплоёмкость одной бутылочки с питанием. Теплоёмкости в диапазоне 8–40°C считаем постоянными; в уравнения входят только разности температур, поэтому считаем в градусах Цельсия.

1. Первый опыт: отношение теплоёмкостей. Уравнение теплового баланса (закон сохранения энергии для теплоизолированной системы «калориметр с водой + бутылочка»): количество теплоты, отданное калориметром с водой при остывании от T до T_1, равно количеству тепло-

ты, полученному бутылочкой при нагревании от t до T_1:

$$C\,(T - T_1) = C_1\,(T_1 - t) \quad \Rightarrow \quad \frac{C}{C_1} = \frac{T_1 - t}{T - T_1} = \frac{36 - 8}{40 - 36} = \frac{28}{4} = 7.$$

Калориметр с водой в 7 раз «теплоёмче» бутылочки: поэтому его температура изменилась в 7 раз меньше (4° против 28°).



Опыт 1 на шкале температур: изменения температур обратно пропорциональны теплоёмкостям, $28 : 4 = C : C_1$

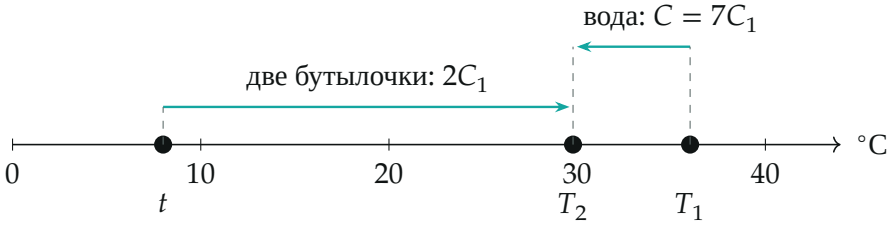
2. Второй опыт: уравнение баланса. Теперь калориметр с водой имеет температуру T_1 (бутылочку достали, тепло вместе с ней не вернулось), а нагреваются две бутылочки с общей теплоёмкостью $2C_1$. Пусть установилась температура T_2. Уравнение теплового баланса для системы «калориметр с водой + две бутылочки»:

$$C\,(T_1 - T_2) = 2C_1\,(T_2 - t).$$

Поделим на C_1 и подставим $C = 7C_1$:

$$7\,(T_1 - T_2) = 2\,(T_2 - t) \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{7T_1 + 2t}{9},$$

$$T_2 = \frac{7 \cdot 36 + 2 \cdot 8}{9} = \frac{268}{9} \approx 29{,}8°\text{C}.$$

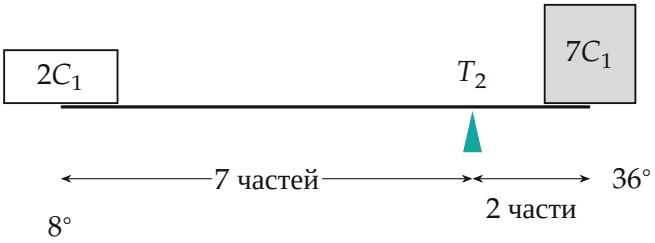


Опыт 2: отрезки $T_2 - t$ и $T_1 - T_2$ относятся как $7:2$ — обратно теплоёмкостям $2C_1$ и C

3. Второй способ — «правило рычага». Из уравнения баланса T_2 — среднее температур, взвешенное по теплоёмкостям:

$$T_2 = \frac{C\,T_1 + 2C_1\,t}{C + 2C_1} = \frac{7 \cdot 36 + 2 \cdot 8}{7 + 2}.$$

Отрезок $[t;\, T_1]$ длиной $28°$ делится точкой T_2 в отношении $7:2$, считая от t: $T_2 = 8 + 28 \cdot \frac{7}{9} = 29{,}8°\text{C}$ — то же число.



Рычаг: «грузы» — теплоёмкости, опора — установившаяся температура; тяжёлый калориметр тянет опору к себе

Обратите внимание: во втором опыте вода в калориметре уже не $40°\text{C}$, а $T_1 = 36°\text{C}$ — бутылочку из первого опыта достали вместе с полученным теплом. Подставить $T = 40°\text{C}$ — типичная ошибка, она даёт $T_2 = \frac{7 \cdot 40 + 16}{9} \approx 32{,}9°\text{C}$.

Ответ. $\dfrac{C}{C_1} = \dfrac{T_1 - t}{T - T_1} = 7, \quad T_2 = \dfrac{7T_1 + 2t}{9} = \dfrac{268}{9} \approx 29{,}8°\text{C}.$

Проверка. Размерность: T_2 — взвешенное среднее температур, градусы. Пределы: если бы бутылочка не имела теплоёмкости ($C_1 \to 0$),

получили бы $T_2 = T_1$; при очень лёгком калориметре ($C \to 0$) — $T_2 = t$. Наше 29,8°C лежит между 8 и 36°C и ниже $T_1 = 36$°C, как и ожидалось. Баланс численно: вода отдаёт $7C_1 \cdot 6{,}22 \approx 43{,}6\,C_1$, бутылочки получают $2C_1 \cdot 21{,}78 \approx 43{,}6\,C_1$.

Смысл: калориметр с водой теплоёмче одной бутылочки в 7 раз, а двух — только в 3,5 раза, поэтому во втором опыте он остывает сильнее: на 6,2° вместо 4°.

Ответ. $T_2 = \dfrac{7T_1 + 2t}{9} \approx 29{,}8$°C.