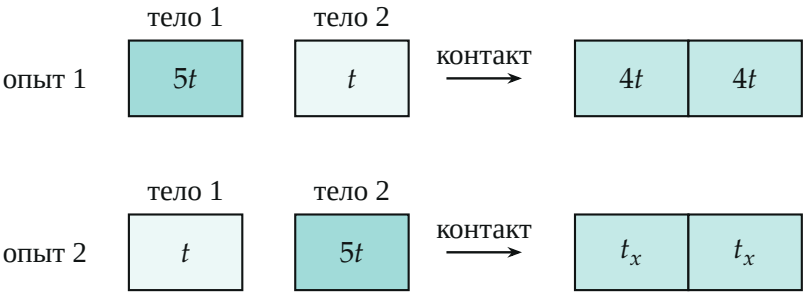
Два тела при контакте

Задача 2. [Росатом 2022/23, отборочный этап, 10 класс, задача 2] Два тела имеют температуры t °C. Если первое нагреть до температуры $5t$ °C и привести в тепловой контакт со вторым, установится температура $4t$ °C. Какая установится температура, если до температуры $5t$ °C нагреть второе тело и привести его в контакт с первым телом с температурой t °C?



Поясняющий рисунок к условию: два опыта с одной и той же парой тел; тёмным отмечено нагретое тело, t_x — искомая температура.

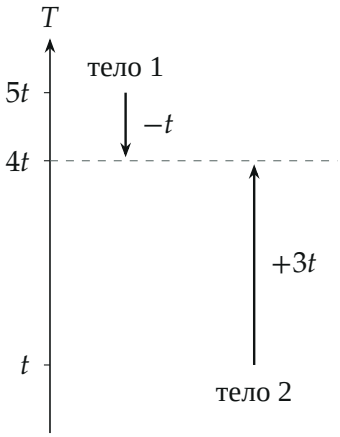
▲ **Решение.** **Что происходит.** Тела обмениваются теплом только друг с другом, потерь нет. Значит, сколько теплоты отдало более горячее тело, столько получило более холодное. Теплота, отданная или полученная телом с теплоёмкостью C при изменении температуры на ΔT, равна $C\,|\Delta T|$. Теплоёмкости тел в условии не заданы, но первый опыт позволяет найти их отношение, а второй — ответить на вопрос задачи.

Обозначения. C_1 и C_2 — теплоёмкости первого и второго тел (постоянные: тела не плавятся и не кипят). Температуры — в градусах Цельсия: в уравнение теплового баланса входят только разности температур, а разность в градусах Цельсия и в кельвинах одна и та же.

1. Первый опыт. Первое тело остыло с $5t$ до $4t$ и отдало теплоту $C_1\,(5t - 4t) = C_1 t$. Второе тело нагрелось с t до $4t$ и получило $C_2\,(4t - t) = 3C_2 t$. Закон сохранения энергии для системы из двух тел (теплообмен только между ними): отданная теплота равна полученной:

$$C_1\,t = 3C_2\,t \quad \Rightarrow \quad C_1 = 3C_2.$$

Теплоёмкость первого тела втрое больше; температура t в уравнении сократилась.



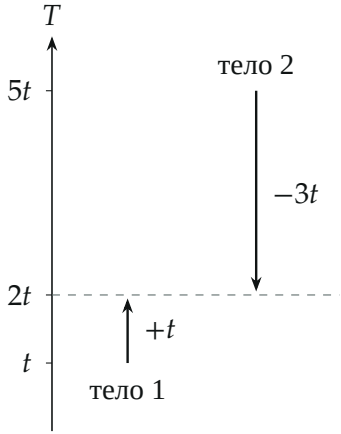
Первый опыт: изменения температур $-t$ и $+3t$ (длины стрелок пропорциональны); общая температура $4t$ — пунктир.

2. Второй опыт. Теперь горячее второе тело: оно остывает с $5t$ до t_x и отдаёт $C_2\,(5t - t_x)$. Первое тело нагревается с t до t_x и получает $C_1\,(t_x - t)$. Баланс энергии:

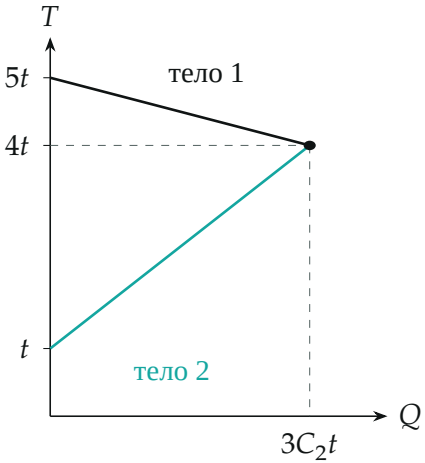
$$C_1\,(t_x - t) = C_2\,(5t - t_x).$$

Подставим $C_1 = 3C_2$ и сократим на C_2 — неизвестным остаётся одно t_x:

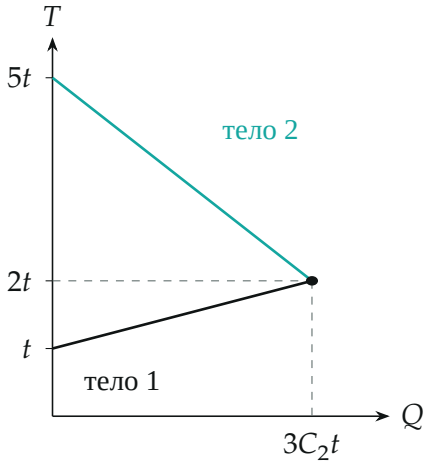
$$3\,(t_x - t) = 5t - t_x \quad \Rightarrow \quad 4t_x = 8t \quad \Rightarrow \quad t_x = 2t.$$



Второй опыт: тело 2 остывает на $3t$, тело 1 с втрое большей теплоёмкостью нагревается только на t; общая температура $2t$.



опыт 1



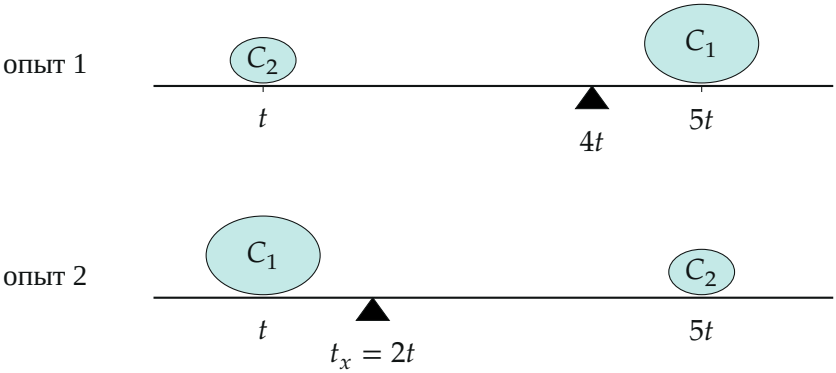
опыт 2

Температуры тел в зависимости от переданной теплоты Q (прямые построены по точкам: наклон равен $1/C$, $C_1 = 3C_2$). Тела выравниваются там, где прямые пересекаются; в обоих опытах переданная теплота одна и та же, $3C_2t$.

Проверка. Второй способ — температура равновесия как среднее, взвешенное теплоёмкостями:

$$t_{\text{равн}} = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}.$$

Первый опыт: $(3 \cdot 5t + 1 \cdot t)/4 = 4t$ — условие выполнено. Второй опыт: $(3 \cdot t + 1 \cdot 5t)/4 = 2t$ — тот же ответ. Предельные случаи: при $C_1 = C_2$ было бы среднее $3t$; чем больше теплоёмкость первого тела, тем ближе температура к его начальной — здесь $2t$ ближе к t (начальная температура первого тела), чем к $5t$.



Температура равновесия — «центр тяжести» двух температур, где роль масс играют теплоёмкости ($C_1 = 3C_2$, площади кружков пропорциональны C); опора ставится в точку равновесия.

Обратите внимание: температуры заданы в градусах Цельсия, и ответ $2t$ °C получен подстановкой их значений прямо в баланс — это законно, потому что баланс содержит разности. Но «в 2 раза выше» в смысле кельвинов здесь неверно: множители $5t$, $4t$, $2t$ — числа по шкале Цельсия.

Ответ. $t_x = 2t$ °C.