# Мощность на трёх резисторах

**Задача 1.** [Росатом 2022/23, отборочный этап, 10 класс, задача 1] Имеются три резистора 1, 2 и 3, на которых выделяются мощности $P$, $2P$ и $3P$ соответственно, при подключении к каждому из них некоторого электрического напряжения. Резисторы соединяют в цепь, схема которой показана на рисунке, и подключают это напряжение ко всей цепи. Какая мощность выделяется на всей цепи?

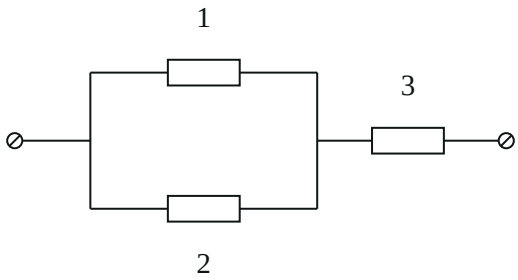


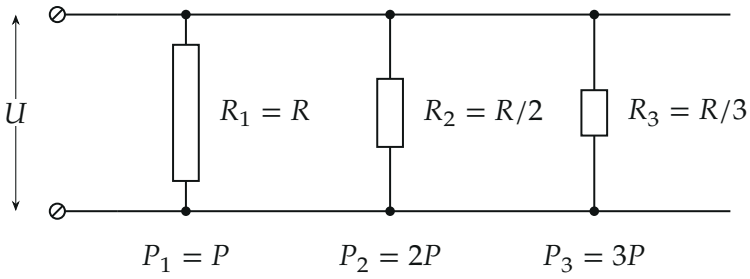

*Рисунок условия: резисторы 1 и 2 соединены параллельно, с ними последовательно — резистор 3.*

▲ **Решение. Что происходит.** Мощность на резисторе при заданном напряжении равна $P = U^2/R$: чем больше мощность, тем меньше сопротивление. По мощностям при одном и том же напряжении $U$ найдём отношение сопротивлений, затем сопротивление всей цепи, и мощность цепи при том же $U$. Неизвестные $U$ и $R$ сократятся, ответ получится в долях $P$.

**Обозначения.** $U$ — напряжение, которое подключали и к отдельным резисторам, и к цепи; $R_1$, $R_2$, $R_3$ — сопротивления резисторов; $R \equiv U^2/P$ — вспомогательная величина.

**1. Сопротивления резисторов.** Для каждого резистора, подключённого к напряжению $U$, мощность $P_k = U^2/R_k$, откуда $R_k = U^2/P_k$:

$$R_1 = \frac{U^2}{P} = R, \qquad R_2 = \frac{U^2}{2P} = \frac{R}{2}, \qquad R_3 = \frac{U^2}{3P} = \frac{R}{3}.$$



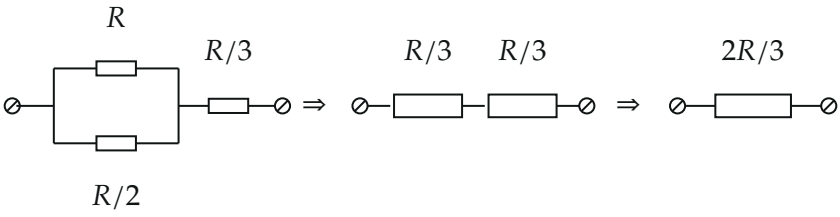

*Три опыта: к каждому резистору подключали одно и то же напряжение $U$. Длина резистора на рисунке пропорциональна сопротивлению*

**2. Сопротивление цепи.** При параллельном соединении складываются проводимости, при последовательном — сопротивления. Резисторы 1 и 2 соединены параллельно:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} + \frac{2}{R} = \frac{3}{R} \quad \Rightarrow \quad R_{12} = \frac{R}{3}.$$

С ними последовательно включён резистор 3:

$$R_{\text{общ}} = R_{12} + R_3 = \frac{R}{3} + \frac{R}{3} = \frac{2R}{3}.$$



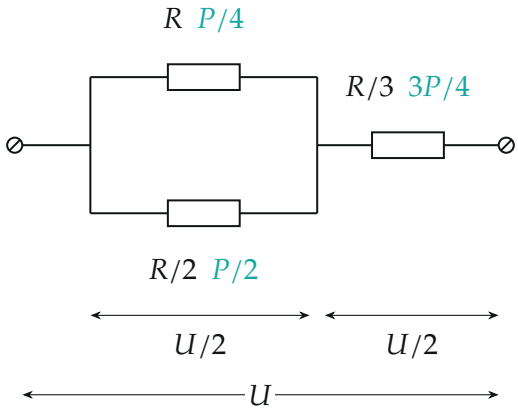

*Свёртка цепи слева направо: исходная схема; параллельная пара заменена одним резистором $R_{12} = R/3$; общее сопротивление $R_{общ} = 2R/3$*

**3. Мощность цепи.** Напряжение $U$ подключено ко всей цепи, поэтому

$$P' = \frac{U^2}{R_{\text{общ}}} = \frac{3U^2}{2R} = \frac{3}{2}P.$$

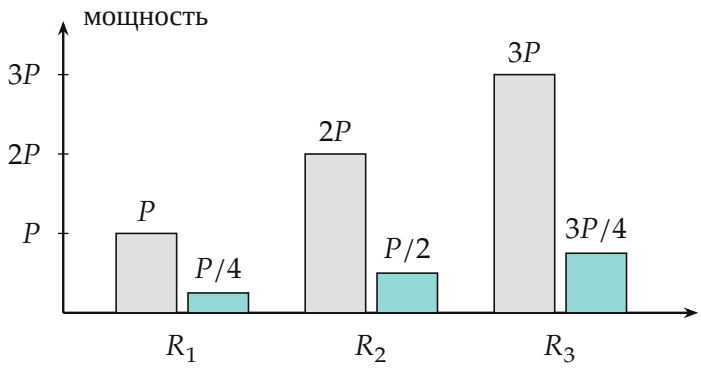
Обратите внимание: $U$ приложено ко всей цепи, а не к каждому резистору. Напряжение делится, поэтому мощность цепи ($1{,}5P$) меньше мощности даже на одном резисторе 3 при полном напряжении ($3P$).

**Проверка.** Второй способ — сложить мощности на резисторах цепи. Сопротивление параллельной пары равно $R_3$, поэтому напряжение делится поровну: на паре и на резисторе 3 по $U/2$.




*Напряжения на участках цепи и мощности на резисторах (бирюзой)*

На каждом резисторе напряжение вдвое меньше прежнего, значит, мощность $U^2/R_k$ уменьшилась в 4 раза: $P/4$, $2P/4$, $3P/4$.




*Мощность на каждом резисторе: серый столбик — при полном напряжении $U$, бирюзовый — в цепи*

Сумма:

$$P' = \frac{P}{4} + \frac{2P}{4} + \frac{3P}{4} = \frac{6P}{4} = \frac{3}{2}P,$$

как и по сопротивлению цепи. Размерность: $\text{В}^2/\text{Ом} = \text{Вт}$. Смысл: цепь потребляет мощность $1{,}5P$ — половину мощности, которую давал бы один резистор 3, подключённый к полному напряжению (его сопротивление $R/3$ вдвое меньше сопротивления цепи $2R/3$).

**Ответ.** $P' = \frac{3}{2}P$.