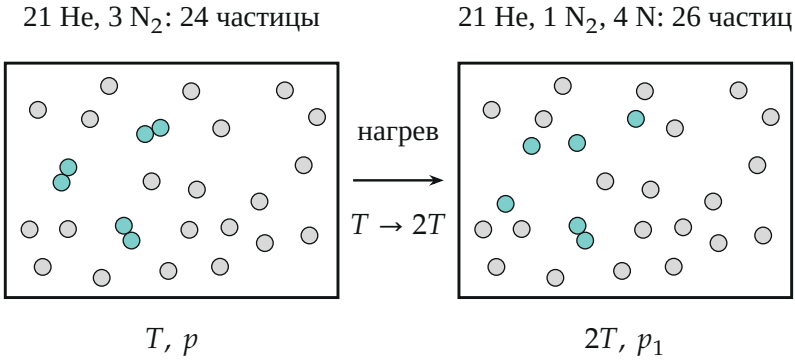
Смесь азота и гелия

Задача 2. [Росатом 2022/23, отборочный этап, 10 класс, задача 2] В сосуде находится смесь одинаковых масс азота N_2 и гелия He под давлением $p = 10^6$ Па. Абсолютную температуру газа увеличивают вдвое, при этом $2/3$ молекул азота диссоциируют (распадаются) на атомы. Найти давление смеси газов при этой температуре. Молярные массы газов равны $\mu_{\text{He}} = 4$ г/моль, $\mu_{N_2} = 28$ г/моль. Газы считать идеальными.



Поясняющий рисунок (в условии рисунка нет). Сосуд тот же, число атомов азота не изменилось, но частиц стало больше. Гелий — серые кружки, азот — бирюзовые. Показано отношение 3 : 21 молекул азота к атомам гелия — такое же, как отношение количеств вещества $\nu_{N_2} : \nu_{He} = 1 : 7$

▲ **Решение. Что происходит.** Давление идеального газа в сосуде заданного объёма зависит от числа частиц и температуры, а не от массы или сорта частиц: $p = nkT$, где n — число частиц в единице объёма. Нагрев вдвое сам удвоил бы давление, а диссоциация добавляет частиц: из одной молекулы N_2 получаются два атома N, масса азота та же, а частиц больше. Главная идея: сосчитать частицы (количество вещества) до и после, записать уравнение Менделеева — Клапейрона для смеси в обоих состояниях и разделить уравнения — V, R и масса сократятся. Класс задачи — смесь газов, закон Дальтона: давление смеси равно сумме давлений компонентов, то есть пропорционально полному числу частиц.

Обозначения. m — масса каждого газа; V — объём сосуда (постоянный); T — начальная температура; p и p_1 — давление до и после; $\nu_{\text{He}} = m/\mu_{\text{He}}$ и $\nu_{N_2} = m/\mu_{N_2}$ — количества вещества до нагрева. Частица — молекула N_2, атом N или атом He; количество вещества считаем в частицах.

1. До нагрева. Уравнение Менделеева — Клапейрона для смеси (суммарное количество частиц $\nu_{\text{He}} + \nu_{N_2}$):

$$pV = \left(\frac{m}{\mu_{\text{He}}} + \frac{m}{\mu_{N_2}}\right) RT. \qquad (1)$$

2. После нагрева. Гелий не изменился: ν_{He} атомов. Из ν_{N_2} молей молекул азота распалось $\frac{2}{3}\nu_{N_2}$ и осталось $\frac{1}{3}\nu_{N_2}$. Каждая распавшаяся молекула даёт два атома, поэтому атомов N стало $2 \cdot \frac{2}{3}\nu_{N_2} = \frac{4}{3}\nu_{N_2}$ молей. Всего частиц азота

$$\frac{1}{3}\nu_{N_2} + \frac{4}{3}\nu_{N_2} = \frac{5}{3}\,\nu_{N_2}.$$



3 молекулы N_2 (6 атомов): 3 частицы

1 молекула + 4 атома (6 атомов): 5 частиц

Азот: из трёх молекул N_2 две распались. Атомов было и осталось шесть, частиц стало пять вместо трёх — в $5/3$ раза больше

Уравнение состояния после нагрева (температура $2T$, объём прежний):

$$p_1 V = \left(\frac{m}{\mu_{\text{He}}} + \frac{5}{3} \cdot \frac{m}{\mu_{N_2}}\right) R \cdot 2T. \qquad (2)$$

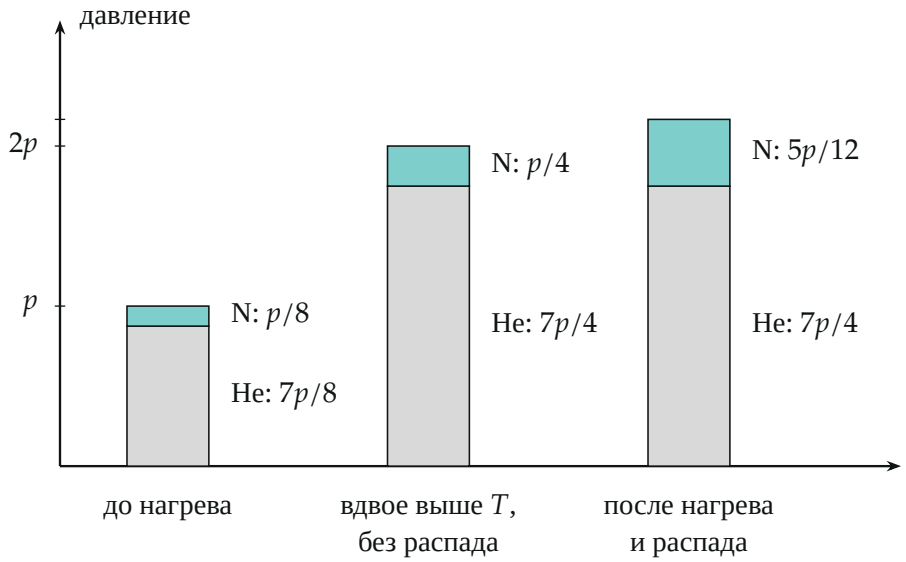
3. Разделим (2) на (1). Масса m, объём V и постоянная R сократятся:

$$\frac{p_1}{p} = 2 \cdot \frac{\dfrac{1}{\mu_{\text{He}}} + \dfrac{5}{3\mu_{N_2}}}{\dfrac{1}{\mu_{\text{He}}} + \dfrac{1}{\mu_{N_2}}} = \frac{2\,(3\mu_{N_2} + 5\mu_{\text{He}})}{3\,(\mu_{N_2} + \mu_{\text{He}})}.$$

Подставим $\mu_{N_2} = 28$ г/моль, $\mu_{\text{He}} = 4$ г/моль:

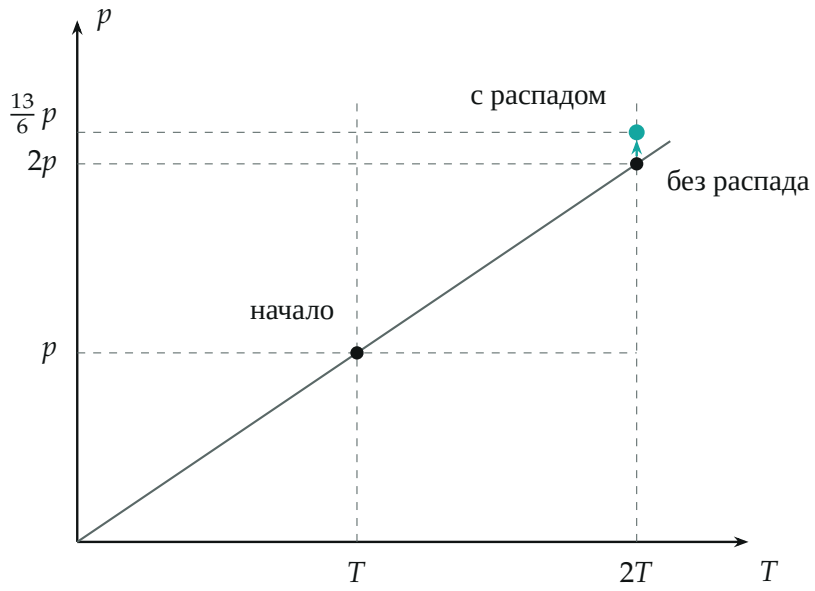
$$\frac{p_1}{p} = \frac{2\,(84 + 20)}{3 \cdot 32} = \frac{13}{6}, \qquad p_1 = \frac{13}{6}\,p \approx 2{,}2 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Обратите внимание: давление создаёт каждая частица — и молекула, и атом. После распада молекул N_2 меньше, но частиц больше, поэтому давление выросло сильнее, чем при простом нагреве. Масса азота при диссоциации не меняется, менять надо число частиц.



Парциальные давления (закон Дальтона): средний столбик — вдвое выше T без распада ($p_1 = 2p$), правый — с распадом ($p_1 = 13p/6$)

Проверка. Второй способ — по парциальным давлениям. Отношение количеств $\nu_{\text{He}} : \nu_{N_2} = \mu_{N_2} : \mu_{\text{He}} = 7 : 1$, поэтому до нагрева гелий создаёт $7p/8$, азот $p/8$. При $2T$ каждое давление вдвое больше, а у азота ещё в $5/3$ раза: $p_{\text{He}} = 7p/4$, $p_N = \frac{5}{3} \cdot \frac{2p}{8} = \frac{5p}{12}$. Сумма: $\frac{7p}{4} + \frac{5p}{12} = \frac{26p}{12} = \frac{13}{6}\,p$ — то же. Пределы: без диссоциации $p_1 = 2p$; если бы распались все молекулы, $p_1 = 2 \cdot \frac{7+2}{7+1}\,p = \frac{9}{4}\,p$; наше $\frac{13}{6}\,p \approx 2{,}17\,p$ лежит между ними, ближе к нижней границе, как и должно быть при распаде двух третей.



Давление при постоянном объёме. Серая прямая — смесь без распада (число частиц не меняется, $p \propto T$). Из-за распада точка лежит выше прямой: $13p/6 > 2p$

Смысл: нагрев вдвое дал множитель 2, распад двух третей азота — ещё $13/12$ (частиц стало 26 вместо 24 в нашей схеме). Размерность: отношение давлений безразмерно.

Ответ. $p_1 = \dfrac{2\,(3\mu_{N_2} + 5\mu_{\text{He}})}{3\,(\mu_{N_2} + \mu_{\text{He}})}\,p = \dfrac{13}{6}\,p \approx 2{,}2 \cdot 10^6$ Па.